

## Лабораторная работа №3

### Механические испытания композиционных материалов на растяжение и изгиб

#### Цель работы:

- установление геометрических параметров образцов для механических испытаний КМ на растяжение и изгиб согласно ГОСТ;
- изготовление соответствующих композитных образцов для испытаний на растяжение и изгиб согласно ГОСТ;
- механические испытания образцов из КМ на растяжение и изгиб с определением модулей упругости при растяжении и изгибе, коэффициента Пуассона и пределов прочности при растяжении и изгибе;

#### 1 Теоретическая часть:

**Механические характеристики** – это свойства материалов, которые определяют поведение материала, его напряженное и деформированное состояние под действием внешних нагрузок.

К механическим характеристикам **изотропных** материалов в общем случае относятся **упругие характеристики** (модуль упругости  $E$ , коэффициент Пуассона  $\nu$ , модуль сдвига  $G$ ), **прочностные свойства** (предел кратковременной статической прочности  $\sigma_b$ , предел длительной прочности  $\sigma_{-1}$ ), термоупругие свойства (коэффициент линейного термического расширения  $\alpha$ ) и др.

К механическим характеристикам **однонаправленных композитов**, являющихся **ортотропными материалами**, относятся **упругие характеристики** (модуль упругости вдоль и поперек волокон  $E_1$  и  $E_2$ , продольно-поперечный и обратный коэффициенты Пуассона  $\nu_{12}$  и  $\nu_{21}$ , модули внутрислойного сдвига  $G_{12}$  и межслойного сдвига  $G_{13}$ ), **прочностные свойства** (предел прочности при растяжении и сжатии вдоль волокон  $\bar{\sigma}_1^+$  и  $\bar{\sigma}_1^-$ , предел прочности при растяжении и сжатии поперек волокон  $\bar{\sigma}_2^+$  и  $\bar{\sigma}_2^-$ , предел прочности при внутрислойном и межслойном сдвиге  $\bar{\tau}_{12}$  и  $\bar{\tau}_{13}$ ), термоупругие свойства (коэффициенты линейного термического расширения вдоль и поперек волокон  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ ) и др.

Все основные механические характеристики изотропных и ортотропных материалов сведены в таблицу 1.

Таблица 1

## Основные механические характеристики материалов

Свойства	Изотропные материалы	Ортотропные материалы
упругие	$E, G, \nu,$ $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$	$E_1, E_2, \nu_{12}, \nu_{21}, G_{12}$ $\frac{\nu_{12}}{E_1} = \frac{\nu_{21}}{E_2}$
прочностные	$\sigma_B$	$\bar{\sigma}_1^+, \bar{\sigma}_1^-, \bar{\sigma}_2^+, \bar{\sigma}_2^-, \bar{\tau}_{12}, \bar{\tau}_{13}$
термоупругие	$\alpha$	$\alpha_1, \alpha_2$

Здесь  $E$  – модуль упругости,  $G$  – модуль сдвига,  $\nu$  – коэффициент Пуассона, индексы 1 – вдоль волокон, 2 – поперек волокон, 3 – перпендикулярно плоскости укладки слоя,  $\bar{\sigma}, \bar{\tau}$  – предел прочности при действии нормальных и касательных напряжений соответственно, «+» обозначает растяжение, «-» – сжатие.

**Основной задачей** при проведении механических испытаний композитов является *определение всех механических свойств однонаправленного слоя*, необходимых для последующей работы с материалом, проектирования изделий из него, а также моделирования напряженно-деформированного состояния многослойного композита с послойной оценкой несущей способности.

### Основные виды испытаний КМ:

1. Испытание на растяжение;
2. Испытание на изгиб;
3. Испытание на внутрислойный сдвиг;
4. Испытание на межслойный сдвиг;
5. Испытание на сжатие;

В зависимости от вида испытаний, необходимы образцы разной геометрической формы.

### 1.1 Испытания КМ на растяжение

При растяжении необходимо определить модуль упругости, коэффициент Пуассона, а также предел прочности испытуемого КМ. Волокна в композите должны быть ориентированы соответствующим образом для определения продольных или поперечных характеристик.

Модуль упругости при растяжении определяется по формуле:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{F * l}{A * \Delta l}, \quad (1.1)$$

где  $\sigma$  – нормальные напряжения, действующие в поперечном сечении образца,  $F$  – растягивающее усилие,  $A$  – площадь поперечного сечения образца,  $\varepsilon$  – относительная деформация,  $l$  – длина образца до деформации,  $\Delta l$  – абсолютная деформация.

Коэффициент Пуассона при растяжении вычисляется по формуле:

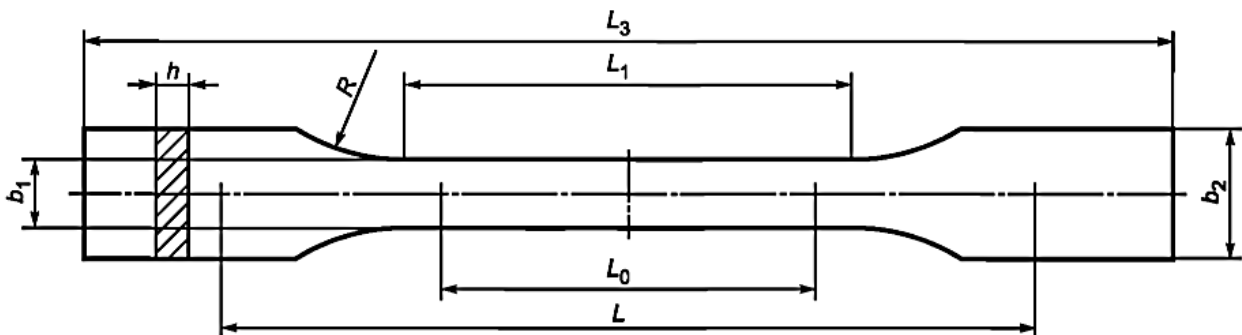
$$\nu_{12} = \left| \frac{\varepsilon_{\text{поп.}}}{\varepsilon_{\text{прод.}}} \right| = \left| \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \right|, \quad (1.2)$$

где  $\varepsilon_{\text{поп.}}$  – относительная поперечная деформация,  $\varepsilon_{\text{прод.}}$  – относительная продольная деформация.

Предел прочности при растяжении определяется по формуле:

$$\sigma = \frac{F}{A}. \quad (1.3)$$

Образец для определения модуля упругости и коэффициента Пуассона, а также предела прочности показан на рис. 1.1 [1]. Использование образцов такого типа («лодочка» или «лопатка») обуславливает разрушение композита именно на рабочей части, а не в захватах вследствие существенной концентрации напряжений там.



$L$  — исходное расстояние между захватами;  $L_0$  — измерительная база;  $L_3$  — общая длина;  
 $L_1$  — длина узкой параллельной части;  $R$  — радиус;  $b_2$  — ширина на концах;  $b_1$  — ширина узкой части;  $h$  — толщина

**Рис. 1.1.** Образец для испытаний тип 1В

Диапазон допустимых размеров для образцов на растяжение представлен в табл. 1.1.

Таблица 1.1

Обозначение параметра	Значение параметра, мм
$L_3$	$\geq 150^*$
$L_1$	$60 \pm 0,5$
$R$	$\geq 60$
$b_2$	$20 \pm 0,2$
$b_1$	$10 \pm 0,2$
$h$	2—10
$L_0$	$50 \pm 0,5$
$L$	$115 \pm 1$
* Для некоторых материалов длина выступов может быть увеличена (например, $L_3 = 200$ мм) для предотвращения разрушения или скольжения образца в зажимах.	

## 1.2 Испытания КМ при изгибе

Рассчитывая на жесткость при изгибе элементы конструкций из КМ, необходимо знать модуль упругости при изгибе.

Для изотропных материалов модуль упругости при изгибе практически совпадает с продольным.

Для слоистых КМ модуль упругости при изгибе, как правило, меньше продольного модуля упругости. Причина в том, что прогиб при поперечном изгибе слоистого пластика складывается из прогиба от изгибающего момента и прогиба, вызванного сдвиговыми деформациями от касательных межслойных напряжений. Поэтому, определяя прогиб слоистого элемента при поперечном трехточечном изгибе, необходимо использовать соответствующий модуль упругости.

При испытании КМ на изгиб модуль упругости вычисляется по формуле:

$$E = \frac{\Delta F l^3}{4bh^3 \Delta \omega}, \quad (1.4)$$

где  $\Delta F$  – приращение нагрузки (Н);  $l$  – расстояние между опорами (м);  $b, h$  – ширина и высота образца;  $\Delta \omega$  – приращение прогиба в середине образца, соответствующее  $\Delta F$  (Н).

Предел прочности при изгибе определяется по формуле:

$$\sigma_{\text{пчи}} = \frac{M_u^{\text{max}}}{W_x}, \quad (1.5)$$

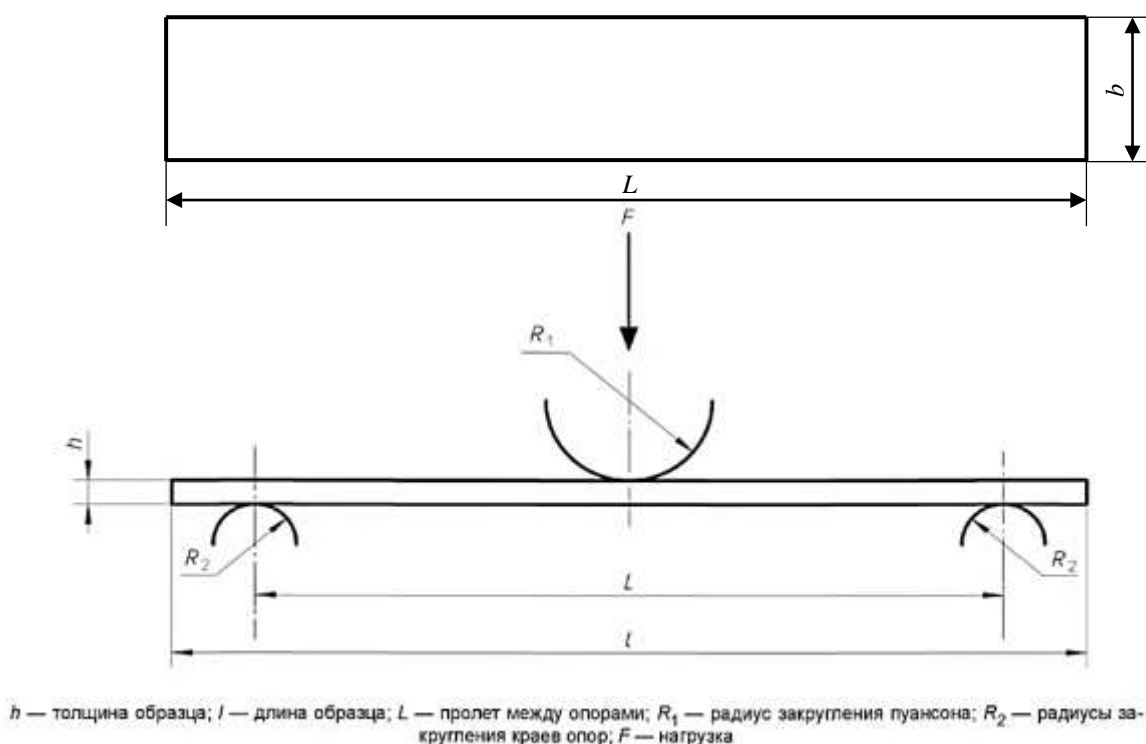
где  $M_u^{max} = \frac{F_{max}l}{4}$  – максимальный изгибающий момент,

$W_x = \frac{bh^2}{6}$  – осевой момент сопротивления сечения образца.

В окончательном виде формула для определения предела прочности при изгибе примет вид:

$$\sigma_{пчи} = \frac{1,5F_{max}l}{bh^2}, \quad (1.6)$$

Образец и схема испытаний для определения модуля упругости и предела прочности при изгибе показан на рис. 1.2 [2].



**Рис. 1.2.** Образец для испытаний на изгиб

Диапазон допустимых размеров для образцов на изгиб представлен в табл. 1.2.

Таблица 1.2

Толщина, $h$	Ширина, $b$	Длина, $l$	Пролет между опорами, $L$
$< 1,6$	$(12 \pm 1)$	51	$(25,0 \pm 0,5)$
$1,6 \leq h \leq 3,2$	$(12 \pm 1)$	$> 19h$	$(16 \pm 1)h$
$> 3,2$	$< 4h$		

Длина базы определяется на основании соотношения  $l_0 : h$ , которое должно обеспечивать превалирование нормальных напряжений в образце и разрушение образца на внешней растянутой поверхности образца именно от нормальных напряжений. В связи с этим стандартное соотношение  $l_0 : h$  с 16:1 должно быть увеличено до 32:1, либо 40:1, либо 60:1.

### 1.3 Способы измерения деформаций

Деформации образца могут быть замерены с помощью:

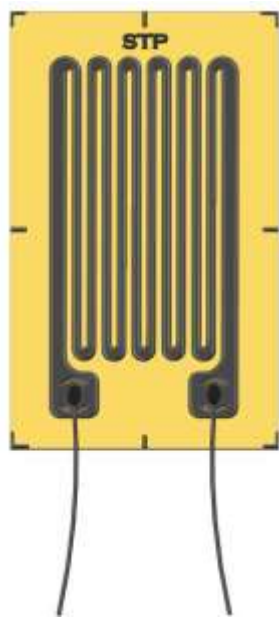
1. Тензометров Аистова
2. Тензометрических датчиков сопротивления
3. Индукционных экстензометров
4. Оптических видеоэкстензометров

**Тензометрические датчики** представляют собой устройства, преобразующие измеряемую упругую деформацию твердого тела в электрический сигнал. Это происходит за счет изменения сопротивления проводника датчика при изменении его геометрических размеров от растяжения или сжатия.

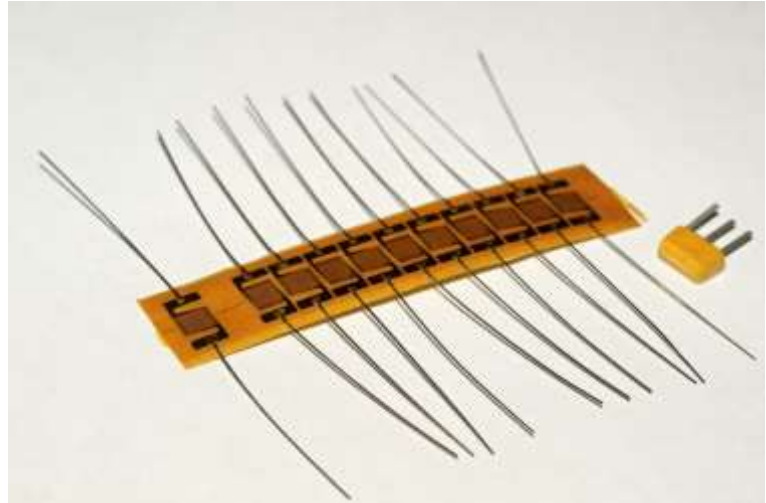
Основным элементом устройства является тензорезистор (рис. 1.3.а), закрепленный на упругой конструкции. Тензодатчики калибруют, ступенчато нагружая заданным возрастающим усилием и измеряя при этом величину электрического сопротивления. Затем по его изменению можно будет определить значения приложенной неизвестной нагрузки и пропорциональной ей деформации.

Даже при самой сложной схеме нагружения конструкции действие на тензорезистор сводится к растяжению или сжатию его решетки вдоль длинного участка, называемого базой.

Проволочные тензорезисторы показаны на рис. 1.3.б. Наиболее простым примером является прямолинейный отрезок тонкой проволоки, который крепят на исследуемой детали.



а

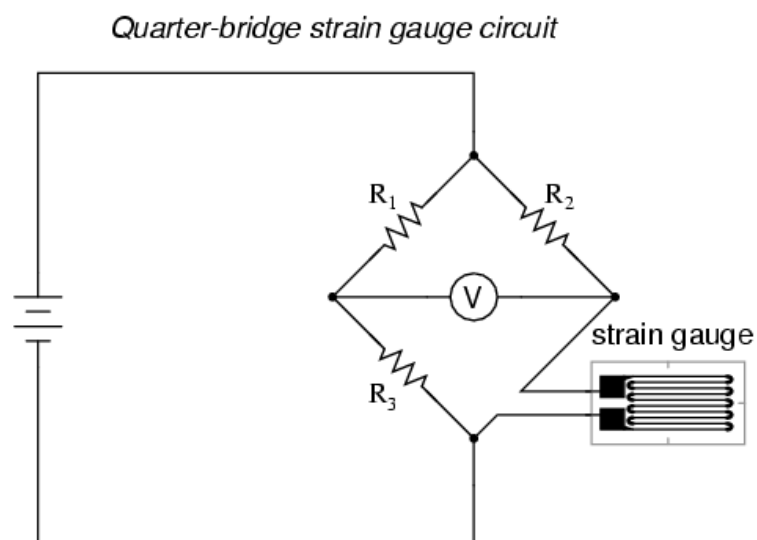


б

**Рис. 1.3.** Различные виды тензорезисторов

### Схемы включения тензометрических датчиков

Для измерения малых электрических сигналов наилучшим вариантом является мостовая схема включения (рис. 1.4), в центре которой находится вольтметр. Простейшим примером будет тензометрический датчик, схема которого собрана по принципу электрического моста, в одно из плеч которого он подключен. Его сопротивление в ненагруженном состоянии будет таким же, как и у остальных резисторов. В этом случае прибор покажет нулевое напряжение.



**Рис. 1.4.** Мостовая схема включения тензодатчика

В некоторых случаях (например, в тензостанциях) одно из сопротивлений моста (например, сопротивление  $R_3$ ), является регулируемым для того, чтобы производить балансировку моста (свести показания вольтметра к 0) перед началом испытаний.

Стандартные тензометрические датчики выполняются в виде шайб, колонн, простых или двусторонних балок, S-образные, виды тензодатчиков показаны на рис. 1.5. Для всех конструкций важно, чтобы сила прикладывалась в одном направлении: сверху вниз или наоборот. При тяжелых условиях работы специальные конструкции дают возможность устранить действие паразитных сил, что существенно влияет на стоимость испытательной установки.

Принцип работы всех тензодатчиков основан на преобразовании деформации упругого элемента в электрический сигнал. Для разных целей существуют свои конструкции датчика.

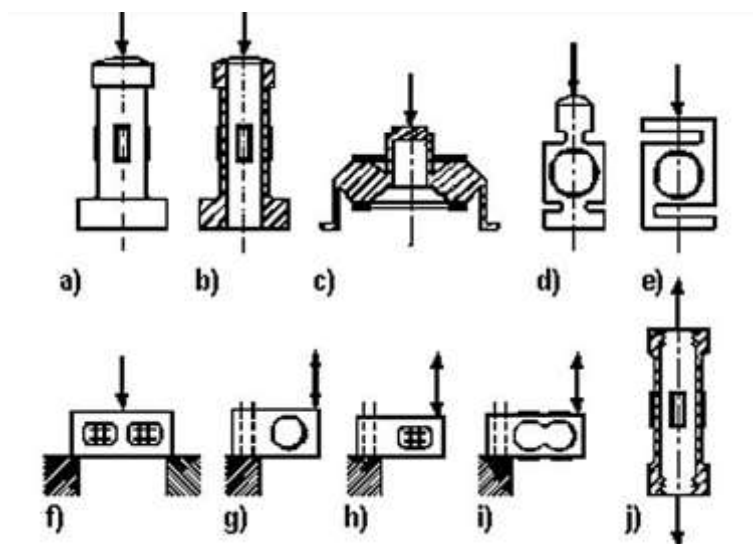


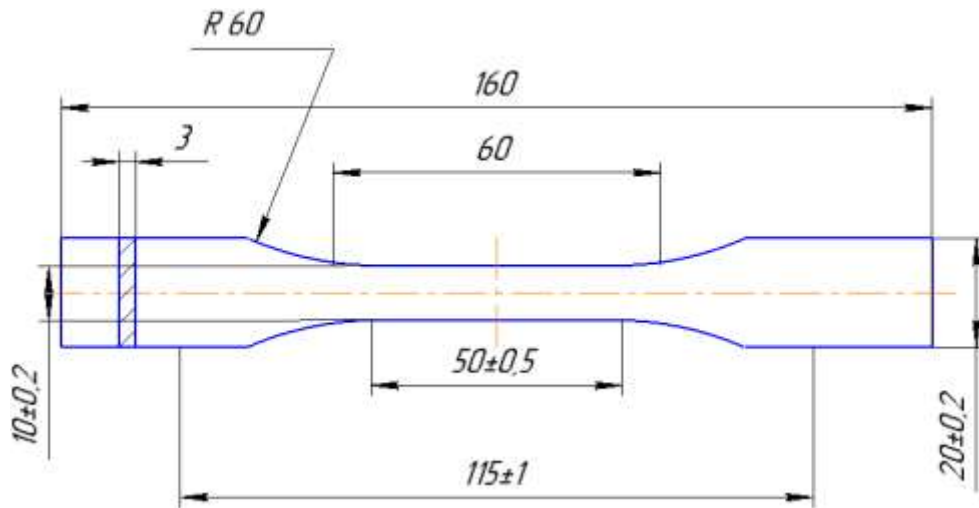
Рис. 1.5. Виды тензодатчиков

## 2 Экспериментальная часть

### 2.1 Проведение испытаний КМ на растяжение

На основе представленного ГОСТ [1] с учетом реальных размеров пресс-формы, в которой изготавливаются плиты, были определены параметры образцов для испытаний на растяжение, представленных на рис. 2.1.

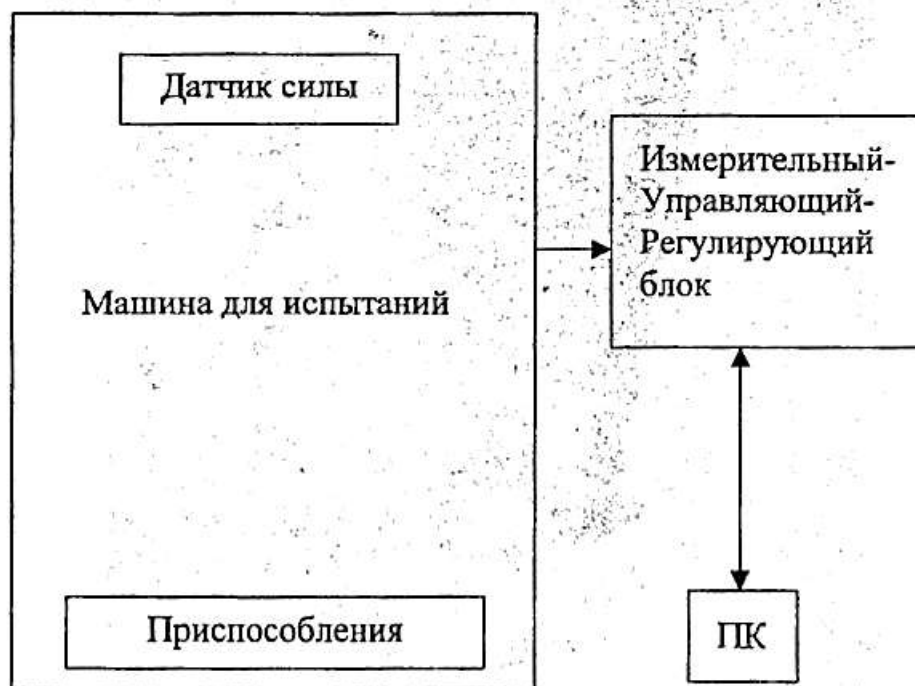




**Рис. 2.1.** Образец для испытания КМ на растяжение

### Используемое оборудование

Для проведения лабораторной работы данной лабораторной работы используется испытательный комплекс, включающий в себя разрывную машину для испытаний марки Zwick Z010. Схематический обзор комплекса приведен на рис. 2.2.



**Рис. 2.2.** Схематический обзор комплекса

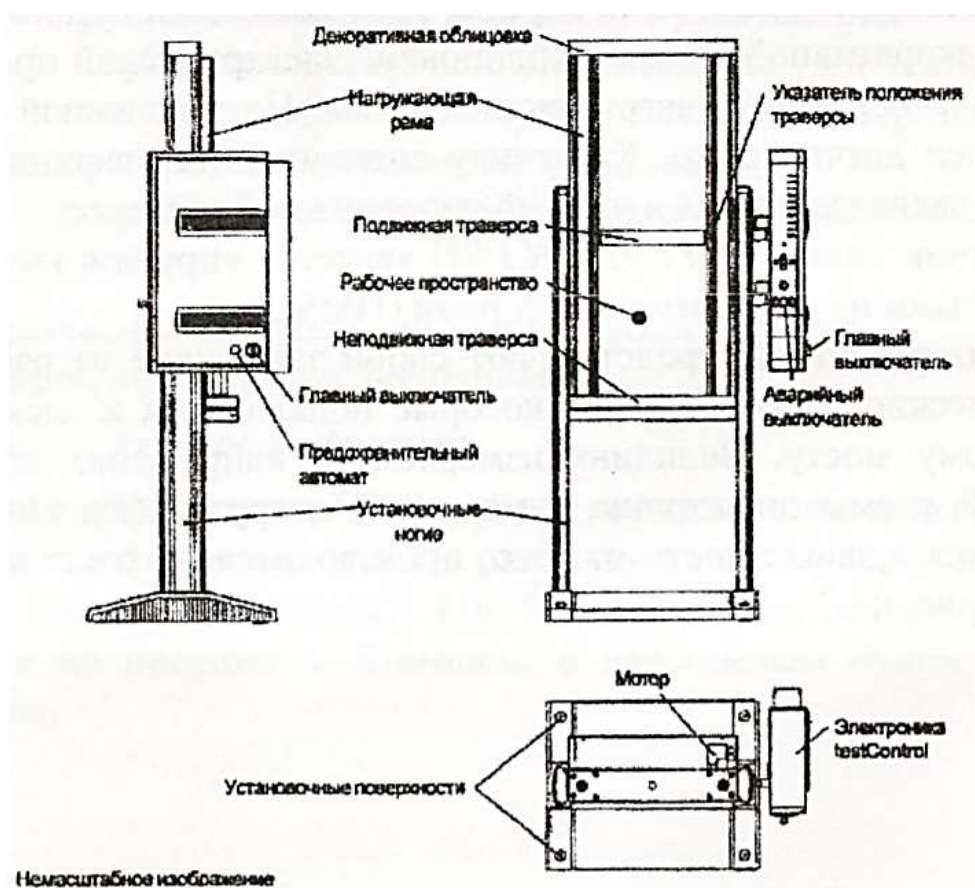
Машина включает в себя нагружающую раму, которая состоит из двух направляющих профилей с интегрированными безззорными

шариковинтовыми парами, неподвижной и подвижной траверс и декоративной верхней облицовки. Электрический привод расположен в основании нагружающей рамы. На подвижной траверсе установлен датчик силы. К датчику силы крепится верхний захват. Нижний захват крепится к нижней неподвижной траверсе.

Датчик силы является упругим элементом с наклеенными на него тензорезисторами (DMS).

Тензорезисторы представляют собой зависящие от растяжения электрические сопротивления, которые подключены к электроизмерительному мосту. Величина измеряемого напряжения на выходе мостовой схемы аналогична измеряемой нагрузке. Полярность изменяется в зависимости от того, производится ли растяжение или сжатие.

С помощью экранированного кабеля устанавливается соединение с усилителем и далее с измерительной техникой. Изображение установки приведено на рис. 2.3. Фотография установки представлена на рис. 2.4.



**Рис. 2.3.** Схематичное изображение испытательной установки



**Рис. 2.4.** Установка для испытаний

Необходимо обратить внимание на то, чтобы соединительный кабель был свободен и надежно защищен.

Таким образом, датчик силы преобразует физические величины силы в электрически измеряемое напряжение.

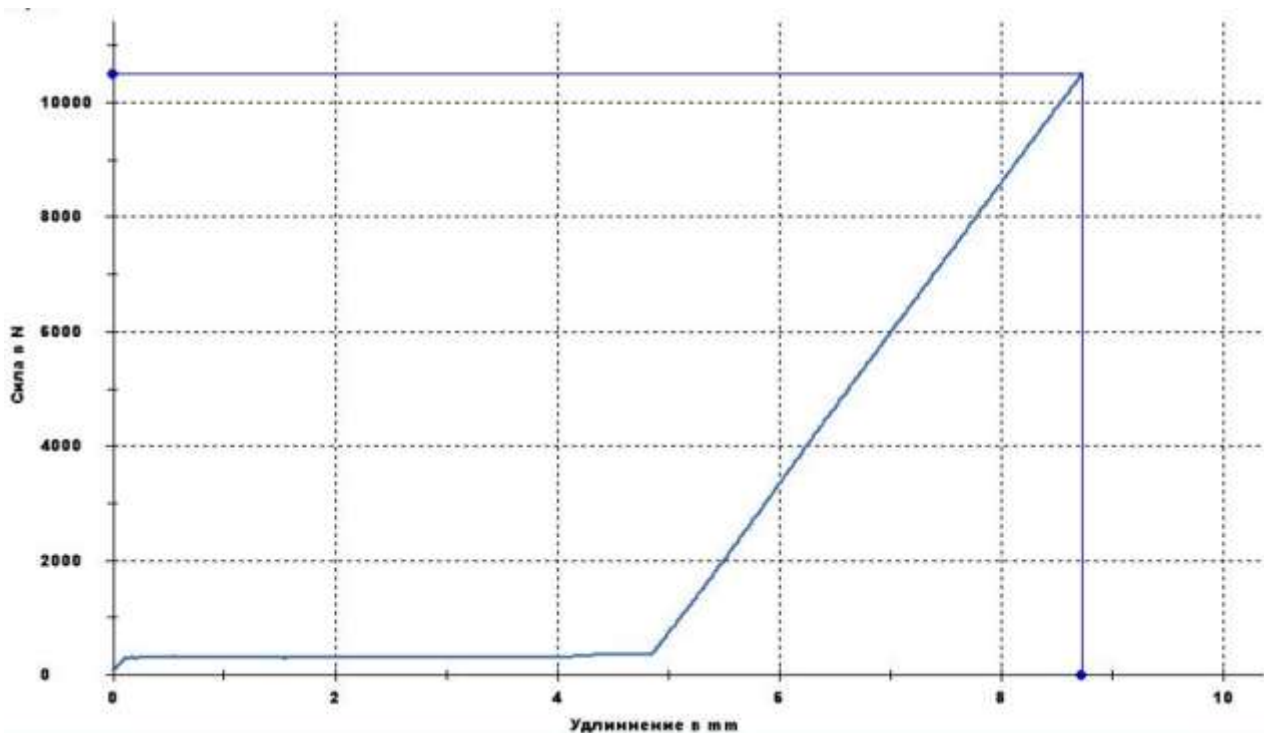
Номинальное усилие 10 кН, начальное значение диапазона измерения усилий 40 Н, диапазон рабочей температуры  $-20\dots+60^{\circ}\text{C}$ .

Датчик предназначен для измерений статических и динамических нагрузок при испытании на растяжение и сжатие. Должен нагружаться только в осевом направлении и только до номинальной нагрузки, т.е. до 10 кН.

**Порядок проведения испытаний:**

- 1) Замер геометрических параметров образца;
- 2) Установка образца вместе с накладками в захваты испытательной машины;
- 3) Затяжка захватов испытательной машины;
- 4) Замер рабочей базы образца;
- 5) Испытания образца;
- 6) Снятие диаграммы деформирования;
- 7) Обработка полученных результатов.

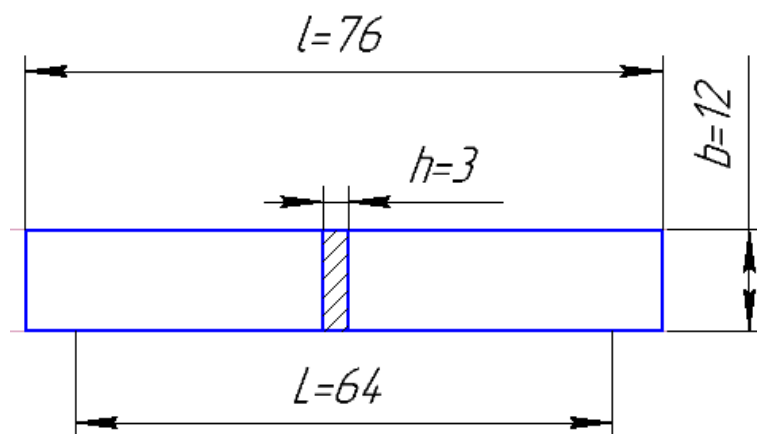
Пример результативной диаграммы показан на рис. 2.5.



**Рис. 2.5.** Диаграмма деформирования

## 2.2 Проведение испытаний КМ на изгиб

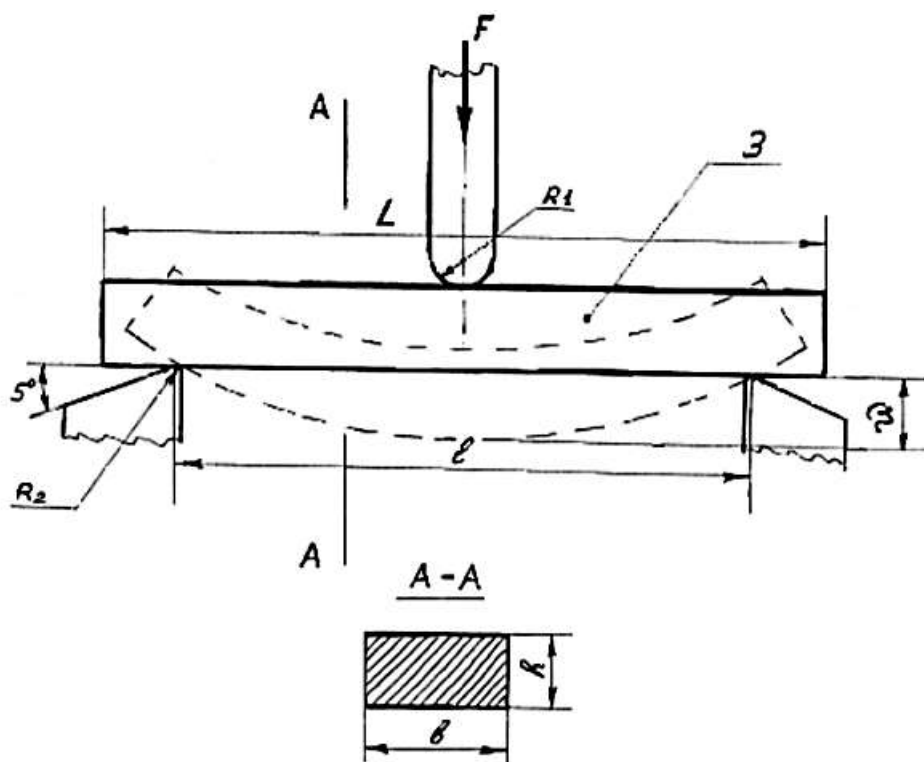
Геометрия образца для определения модуля упругости и предела прочности показан на рис. 2.6. Следует помнить, однако, что толщина отформованных плит может отличаться, вследствие чего необходимо вводить коррекцию размеров образца (см. п. 1.2).



**Рис. 2.6.** Образец для испытания КМ на изгиб

$L$  – пролет между опорами,  $l$  – длина образца,  $h$  – толщина образца,  $b$  – ширина образца.

Схема испытаний на изгиб КМ показана на рис. 2.7.



**Рис. 2.7.** Схема испытания КМ на трехточечный изгиб

### **Используемое оборудование**

Работа выполняется на аппарате для испытания полимеров на изгиб. Тип AS-102 (МН-1), Венгерского производства, обеспечивающего: нагружение на изгиб с заданной постоянной скоростью, измерение нагрузки с погрешностью не более 1% от измеряемой величины, возможность регулирования скорости нагружения образца. Схема нагружения изображена на рисунке 11. В середине образца, помещенного на две опоры, прилагается постоянно возрастающая нагрузка. В момент разрушения определяются действующее усилие и прогиб. Конструкция аппарата изображена на рис. 2.8. Нагрузочное устройство (1), предметный стол (2), опорные колонны (4), силоизмерительное устройство (5) измеритель прогиба (устанавливается отдельно) (6).

Панель управления аппарата показана на рис. 2.9: кнопки «пуск», «стоп» и тумблер подачи общего питания (16), кран реверса «вверх» с нагрузкой «вниз» быстро (17), кран регулирования скорости хода стола вверх (18), кнопка «стоп», в центре панели управления, для мгновенной остановки поршня (во время нажатия этой кнопки поршень не меняет своего положения) (19).

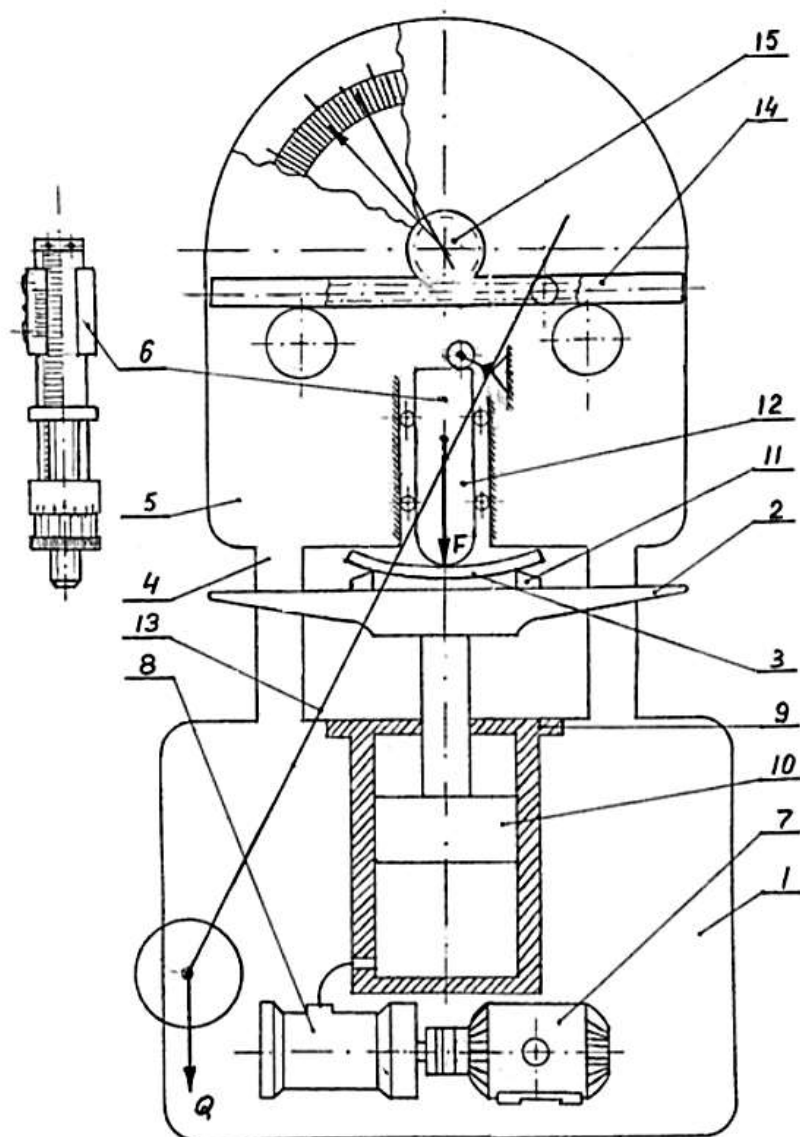


Рис. 2.8. Конструкция аппарата для испытаний на изгиб

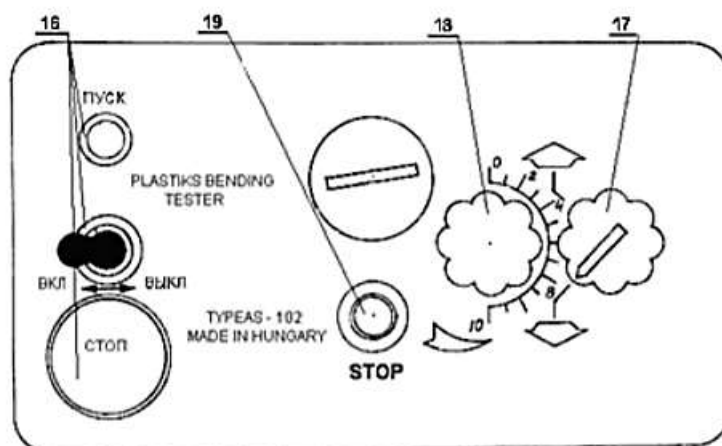


Рис. 2.9. Панель управления

**Работа аппарата:** Масляный насос (8), приводимый в действие электродвигателем (7), подает масло в цилиндр (9). При этом поршень (10) перемещается. К штоку поршня прикреплен предметный стол (2), на опоры (11) которого устанавливается образец (3). При 41 соприкосновении образца с нажимной головкой (12) начинается испытание на изгиб. Под действием силы, возникающей при нажатии нажимной головки на образец, образец прогибается, а нажимная головка своим другим концом отклоняет маятник (13). Величина прогиба определяется показаниями измерителя (6), установленного на нажимной головке. Силоизмерительное устройство (5) показывает мгновенное нагрузочное усилие следующим образом: маятник (13) перемещает рейку (14), рейка при этом вращает шестерню (15), с закрепленной с ней на одной оси стрелкой,двигающейся по круговой шкале. Путь рейки изменяется линейно в зависимости от усилия. Деление круговой шкалы равномерное.

#### **Порядок проведения испытаний:**

1) Замер геометрических параметров образца: измеряют толщину образца с погрешностью не более 0,05 мм и ширину с погрешностью не более 0,01 мм в трех местах его рабочей части. Определяют средние арифметические значения толщины и ширины образца и результаты записывают в прокол испытаний;

2) На основе замеренной толщины образца определяют требуемую длину (см. п. 1.2), обеспечивая соотношение  $\frac{l_0}{h} \geq \frac{32}{1}$ ;

3) Установка образца в используемое оборудование: образец устанавливается на опоры так, чтобы его ось и продольная ось предметного стола были параллельны;

3) Испытания образца;

4) Снятие диаграммы деформирования или регистрирования прогибов образца при определенных нагрузках;

5) Обработка полученных результатов.

Таблицы протоколов для испытаний см. в приложении 1.

#### **Выводы**

Выводы должны состоять из двух частей:

1 часть – по цели работы;

2 часть – по результатам: сравнить результаты механических испытаний с теоретически определенными механическими характеристиками однонаправленных композитов (см. приложение 2), объяснить различие между теоретическими и экспериментальными значениями, если они будут иметь место.

### **Требования к отчету:**

- 1) Название и цель работы;
- 2) Краткие теоретические сведения об испытаниях на растяжении и изгиб, а также методах замера деформаций.
- 3) Все необходимые для расчетов формулы.
- 4) Схемы образцов для испытаний на растяжение и изгиб.
- 5) Расчет экспериментальных и теоретических значений механических характеристик композитов.
- 6) Выводы по работе.

### **Контрольные вопросы:**

- 1) Что такое механические характеристики материалов? Зачем необходимо экспериментально определять механические характеристики материалов?
- 2) Основные механические характеристики для изотропных и ортотропных материалов. Общее и различия.
- 3) Почему образцы для испытаний на растяжение обязательно должны иметь форму «лодочки»?
- 4) Способы замеры деформаций. Тензометрирование – принцип работы, преимущества, недостатки.
- 5) Почему для композитов необходимо проводить отдельные испытания на изгиб в отличие от металлов?
- 6) Почему при испытаниях на изгиб КМ необходимо выдерживать соотношение  $\frac{l_0}{h} \geq \frac{32}{1}$ ?
- 7) Какую информацию предоставляет диаграмма деформирования материала при растяжении?
- 8) Принцип работы испытательных установок на растяжение и изгиб.

### **Список литературы**

1. ГОСТ 32656-2017. Композиты полимерные. Методы испытаний. Испытания на растяжение.
2. ГОСТ 56810-2015. Композиты полимерные. Метод испытаний на изгиб плоских образцов.



## Приложение 1

Таблица протокола испытаний на изгиб

№	b, мм	h, мм	$l_0$ , мм	F, Н	$\Delta F$ , Н	$\omega$ , мм	$\Delta\omega$ , мм	E, ГПа
1								
2								
3								
4								
5								

## Приложение 2

Формулы для прогнозирования механических характеристик однонаправленных КМ.

Используя основные аналитические зависимости микромеханики композитов, можно прогнозировать их механические характеристики на основе свойств их компонентов.

Для изотропных материалов справедливо следующее соотношение между упругими характеристиками:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}. \quad (\text{п.2.1})$$

Для пластичных материалов  $\bar{\sigma}_{m1}^+ = \bar{\sigma}_{m1}^-$ ; для хрупких  $\bar{\sigma}_{m1}^- = (2 \div 3)\bar{\sigma}_{m1}^+$ ; для сдвиговой прочности в первом приближении можно принять  $\bar{\tau}_{12} = \frac{\bar{\sigma}_{m1}^+}{2}$ .

Таблица п.2.1

## Механические характеристики армирующих волокон

Упругие и прочностные характеристики	Стекло-нить	Угленить	Органо-нить	Бороволокно (на вольфрамовой подложке)	Керамические волокна SiC (на вольфрамовой подложке)
$E_{e1}$ , ГПа	70-80	300-700	130-140	300-400	350-450
$E_{e2}$ , ГПа	70-80	9	130-140	-	-
$G_{e12}$ , ГПа	24	12	20	100	-
$\nu_{e12}$	0,22	0,15	0,25-0,35	0,11	-
Прочность при растяжении, $\bar{\sigma}_{в1}^+$ , МПа	2500	2400-3500	2000-2500	3000-3500	1000-2000
Прочность при сжатии, $\bar{\sigma}_{в1}^-$ , МПа	-	-	-	-	-
Предельное удлинение, %	3,0-3,5	1,0	2-4	$\leq 1,0$	0,35-0,4
Продольный коэффициент линейного термического расширения $\alpha_{e1} \cdot 10^6 1/^\circ C$	5-10	-0,5	2-3	7	4,8
Поперечный КЛТР $\alpha_{e2} \cdot 10^6 1/^\circ C$	5-10	5	2-3	-	-
Плотность $\rho_B$ , г/см <sup>3</sup>	2,45-2,55	1,7-1,9	1,44	2,7	3,2

Прочность при сжатии для волокон отсутствует по определению, т.к. воспринимать сжимающие нагрузки волокна могут только в составе композита.

В первом приближении можно принять  $\bar{\sigma}_{в1}^- = \frac{\bar{\sigma}_{в1}^+}{2}$ .

Таблица п.2.2

## Механические характеристики матричных материалов

Упругие и прочностные характеристики	Термопластичные матрицы		Термореактивные матрицы		
	Полисульфоны (на примере ПСФ-230)	Полиэтилен терефталат (лавсан)	Эпоксидная матрица (на примере ЭД-20)	Полиимидная матрица (на примере СП-97)	Фталонитрильная матрица (на примере PMR-15 и PN-3M)
$E_m$ , ГПа	2,48-2,6	2,9-3,8	2,8-4,2	4	4,7-4,8
$G_m$ , ГПа	-	-	0,8-1,5	-	-
$\nu_m$	0,4	0,4	0,34-0,4	0,4	0,35-0,4
Прочность при растяжении, $\bar{\sigma}_{m1}^+$ , МПа	69-80	100-180	28-91	100	36-60
Прочность при сжатии, $\bar{\sigma}_{m1}^-$ , МПа	-	-	-	114	-
Прочность при сдвиге, $\bar{\tau}_{m12}$ , МПа	-	-	-	-	-
Предельная температура эксплуатации, °С	230	245	120-170	300-350	400-450
КЛТР $\alpha_m \cdot 10^6$ 1/°С	110	55-60	55	50	39-90
Предельное удлинение, %	10-20	12-50	2-6	5	-
Плотность $\rho_B$ , г/см <sup>3</sup>	1,24	1,38-1,4	1,2	1,2	1,347-1,336

Для пластичных материалов  $\bar{\sigma}_{m1}^+ = \bar{\sigma}_{m1}^-$ ; для хрупких  $\bar{\sigma}_{m1}^- = (2 \div 3) \bar{\sigma}_{m1}^+$ ; для сдвиговой прочности в первом приближении можно принять  $\bar{\tau}_{12} = \frac{\bar{\sigma}_{m1}^+}{2}$ .

Продольный модуль упругости однонаправленного слоя рассчитывается по формуле

$$E_1 = E_{\epsilon 1} \psi_{\epsilon} + E_m \psi_m, \quad (\text{п.2.2})$$

где  $\psi_{\text{в}} = \frac{V_{\text{в}}}{V_{\text{км}}}$  – коэффициент армирования, равный отношению объема, занимаемого волокнами, ко всему объему композита;  $\psi_m = 1 - \psi_{\epsilon}$ .

Коэффициент Пуассона однонаправленного композита определяется по формуле

$$\nu_{12} = \nu_{\epsilon 12} \psi_{\epsilon} + \nu_m \psi_m, \quad (\text{п.2.3})$$

Здесь первый индекс показывает направление действия внешней силы, а второй – направление поперечной деформации.

Коэффициент Пуассона  $\nu_{21}$  определяется из условия ортотропности однонаправленного слоя

$$\nu_{12} \cdot E_2 = \nu_{21} \cdot E_1 \quad (\text{п.2.4})$$

Выражения для определения поперечного модуля упругости и модуля сдвига однонаправленного слоя, полученные по упрощенным формулам, выглядят следующим образом:

$$\frac{1}{E_2} = \frac{\psi_{\text{в}}}{E_{\epsilon 2}} + \frac{\psi_m}{E_m} \quad (\text{п.2.5})$$

$$\frac{1}{G_{12}} = \frac{\psi_{\text{в}}}{G_{\epsilon 12}} + \frac{\psi_m}{G_m} \quad (\text{п.2.6})$$

Выражения для определения поперечного модуля упругости и модуля сдвига однонаправленного слоя, полученные по моделям теории упругости для неоднородной среды, выглядят следующим образом:

$$E_2 = E_m \left[ \frac{(1 + \zeta_E \psi_{\epsilon}) E_{\epsilon 2} + \zeta_E (1 - \psi_{\epsilon}) E_m}{(1 - \psi_{\epsilon}) E_{\epsilon 2} + (\zeta_E + \psi_{\epsilon}) E_m} \right], \quad (\text{п.2.7})$$

$$G_{12} = G_m \left[ \frac{(1 + \zeta_G \psi_{\epsilon}) G_{\epsilon 12} + \zeta_G (1 - \psi_{\epsilon}) G_m}{(1 - \psi_{\epsilon}) G_{\epsilon 12} + (\zeta_G + \psi_{\epsilon}) G_m} \right]. \quad (\text{п.2.8})$$

где  $\zeta_E, \zeta_G$  – коэффициенты влияния волокон на жесткость композита. В качестве первого приближения рекомендуется принять значения  $\zeta_E = 2, \zeta_G = 1$ .

Плотность однонаправленного слоя рассчитывается по формуле

$$\rho = \rho_{\epsilon} \Psi_{\epsilon} + \rho_{\text{м}} \Psi_{\text{м}}. \quad (\text{п.2.9})$$

*Расчет прочностных характеристик однонаправленного слоя*

Формула для определения предела прочности при растяжении при  $\bar{\epsilon}_{\text{м}}^+ > \bar{\epsilon}_{\epsilon}^+$

$$\bar{\sigma}_1^+ = \bar{\sigma}_{\text{в1}}^+ \left( \Psi_{\text{в}} + \Psi_{\text{м}} \frac{E_{\text{м}}}{E_{\text{в1}}} \right), \quad (\text{п.2.10})$$

$$\bar{\sigma}_1^+ = \bar{\sigma}_{\text{м1}}^+ \left( \Psi_{\text{м}} + \Psi_{\text{в}} \frac{E_{\text{в1}}}{E_{\text{м}}} \right) \text{ при } \bar{\epsilon}_{\text{в}}^+ > \bar{\epsilon}_{\text{м}}^+ \quad (\text{п.2.11})$$

Основные уравнения для прочности слоя при сжатии имеют вид:

$$\bar{\sigma}_1^- = \bar{\sigma}_{\text{м1}}^- \left( \Psi_{\text{м}} + \Psi_{\text{в}} \frac{E_{\text{в1}}}{E_{\text{м}}} \right), \text{ при } \bar{\epsilon}_{\text{в}}^- > \bar{\epsilon}_{\text{м}}^-, \quad (\text{п.2.12})$$

$$\bar{\sigma}_1^- = \bar{\sigma}_{\text{в1}}^- \left( \Psi_{\text{в}} + \Psi_{\text{м}} \frac{E_{\text{м}}}{E_{\text{в1}}} \right), \text{ при } \bar{\epsilon}_{\text{в}}^- < \bar{\epsilon}_{\text{м}}^-. \quad (\text{п.2.13})$$

При определенном соотношении упругих характеристик матрицы и волокон формулы (п.2.12), (п.2.13) дают чрезмерно завышенные значения прочности. В этом случае рекомендуется воспользоваться соотношением

$$\bar{\sigma}_1^- = \frac{\bar{\sigma}_1^+}{1,5}.$$

Прочность однонаправленного слоя в поперечном направлении при соблюдении условия  $E_{\text{в2}} > E_{\text{м2}}$  определяется по формуле:

$$\bar{\sigma}_2^+ = \frac{\bar{\sigma}_{\text{м2}}^+}{K_{22}}, \quad (\text{п.2.14})$$

$$\bar{\sigma}_2^- = \frac{\bar{\sigma}_{\text{м2}}^-}{K_{22}}, \quad (\text{п.2.15})$$

$$\text{где } K_{22} = \frac{1 - \Psi_{\epsilon} \left( 1 - \frac{E_{\text{м2}}}{E_{\epsilon 2}} \right)}{1 - \left( \frac{4\Psi_{\epsilon}}{\pi} \right)^{0,5} \left( 1 - \frac{E_{\text{м2}}}{E_{\epsilon 2}} \right)}; \quad (\text{п.2.16})$$

Прочность однонаправленного слоя при внутрислойном сдвиге при соблюдении условия  $G_{B12} > G_{M12}$  определяется по формуле:

$$\bar{\tau}_{12} = \frac{\bar{\tau}_{M12}}{K_{12}}, \quad (\text{п.2.17})$$

$$\text{где } K_{12} = \frac{1 - \psi_{\epsilon} \left( 1 - \frac{G_{M12}}{G_{\epsilon 12}} \right)}{1 - \left( \frac{4\psi_{\epsilon}}{\pi} \right)^{0,5} \left( 1 - \frac{G_{M12}}{G_{\epsilon 12}} \right)}; \quad (\text{п.2.18})$$

В случае если  $E_{B2} < E_{M2}$  и  $G_{B12} < G_{M12}$ , следует воспользоваться следующими выражениями:

$$\bar{\sigma}_2^+ = (0,85 \div 0,95) \bar{\sigma}_{M2}^+, \quad (\text{п.2.19})$$

$$\bar{\sigma}_2^- = (0,85 \div 0,95) \bar{\sigma}_{M2}^-, \quad (\text{п.2.20})$$

$$\bar{\tau}_{12} = (0,85 \div 0,95) \bar{\tau}_{M12}, \quad (\text{п.2.21})$$

#### *Расчет термоупругих характеристик однонаправленного слоя*

Формулы для расчета в первом приближении коэффициента линейного расширения однонаправленного композита имеют вид

$$\alpha_1 = \frac{\alpha_{\epsilon 1} E_{\epsilon 1} \psi_{\epsilon} + \alpha_M E_M (1 - \psi_{\epsilon})}{E_{\epsilon 1} \psi_{\epsilon} + E_M (1 - \psi_{\epsilon})}, \quad (\text{п.2.22})$$

$$\alpha_2 = \alpha_{\epsilon 2} \psi_{\epsilon} (1 + \nu_{\epsilon 12}) + \alpha_M (1 - \psi_{\epsilon}) (1 + \nu_M) - \alpha_1 [\nu_{\epsilon 12} \psi_{\epsilon} + \nu_M (1 - \psi_{\epsilon})]. \quad (\text{п.2.23})$$

Данные зависимости методов смесей пригодны для определения упругих и прочностных характеристик ПКМ для проектировочных расчетов изделий из КМ. По ним также можно прогнозировать упругие характеристики металломатричных композитов (МКМ), однако прочность в данном случае можно оценивать только экспериментально из-за существенного влияния технологических факторов при изготовлении МКМ.