

Содержание

ВВЕДЕНИЕ	4
ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ВЫПОЛНЕНИЯ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ	4
1. ЗАДАНИЕ №1 ПРОСТОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ	6
1.1. Содержание задания №1	6
1.2. Краткие методические указания к выполнению	6
1.3. Пример выполнения задания №1	12
2. ЗАДАНИЕ №2 СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ	14
2.1. Содержание задания №2	14
2.2. Краткие методические указания к выполнению	14
2.3. Пример выполнения задания №2	29
3. ЗАДАНИЕ № 3 ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА	34
3.1. Содержание задания №3	34
3.2. Краткие методические указания к выполнению	34
3.3. Пример выполнения задания №3	48
4. Требования, предъявляемые к выполнению и оформлению расчетно-графической работы	53
Список литературы	55
Приложение	56

ВВЕДЕНИЕ

Самостоятельное выполнение расчетно-графической работы (РГР) позволяет каждому студенту глубже изучить раздел теоретической механики «Кинематика» и приобрести навыки решения конкретных задач по определению кинематических характеристик простого и сложного движений точки, а так же по кинематическому расчету плоских рычажных механизмов. Перед выполнением задания необходимо изучить основные понятия кинематики, теоремы и методы расчетов, применяемые при выполнении РГР, используя рекомендуемую в методических указаниях литературу. Это поможет построить решение конкретного варианта задания, не просто следуя примеру выполнения, а, выявляя особенности данного варианта творчески находить оптимальные решения.

Знания, приобретенные в ходе выполнения РГР, послужат основой как для решения задач в различных разделах теоретической механики и смежных дисциплин, так и технических задач.

ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ВЫПОЛНЕНИЯ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Согласно федеральному государственному образовательному стандарту высшего профессионального образования в результате изучения дисциплины «Теоретическая механика» выпускник должен обладать следующими общекультурными (ОК) и профессиональными компетенции (ПК):

– целенаправленное применение базовых знаний в области математических, естественных, гуманитарных и экономических наук в профессиональной деятельности (ОК-9);

– способностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования (ОК-10);

– способностью использовать прикладные программные средства при решении практических задач профессиональной деятельности, методы стандартных испытаний по определению физико-механических свойств и технологических показателей

материалов и готовых машиностроительных изделий, стандартные методы их проектирования, прогрессивные методы эксплуатации изделий (ПК-3);

– творчески применять основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования (ОК-10).

В соответствии с образовательным стандартом в результате выполнения расчетно-графических работ и проработки теоретического материала по разделу «Кинематика» студент должен знать: основные понятия и теоремы, методы теоретического и экспериментального исследований механического движения в машинах и механизмах. Выполнение расчетно-графической работы по разделу теоретической механики «Кинематика» ставит целью изучение методов расчета и определение характеристик движения точек и тел, имитирующих детали, узлы и агрегаты современных машин и механизмов. Изучение этого раздела способствует формированию у студентов научно-технического понимания, приучает к логическому мышлению, закладывает основы инженерных знаний.

1. ЗАДАНИЕ №1 ПРОСТОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ

1.1. Содержание задания №1

Точка M движется в плоскости xOy . Уравнения движения точки в соответствии с вариантами приведены в табл. 1.1, где x и y выражены в метрах, t – в секундах.

Найти уравнение траектории точки и построить траекторию на чертеже. Для момента времени t_1 определить и построить на чертеже:

- а) положение точки на траектории;
- б) вектор скорости точки;
- в) векторы касательного, нормального и полного ускорений точки;
- г) радиус и центр кривизны траектории в соответствующей точке.

1.2. Краткие методические указания к выполнению

Необходимо изучить основные понятия кинематики точки, способы задания движения точки и порядок определения характеристик движения точки при различных способах задания движения точки [1].

Задание выполняется с использованием формул для определения скорости и ускорения точки при координатном способе задания ее движения. Все искомые величины нужно определить только для момента времени t_1 .

Для того чтобы получить уравнение траектории точки в явном виде, следует из уравнений движения исключить время t .

В некоторых вариантах могут оказаться полезными тригонометрические формулы:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \quad \cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 2\cos^2 \alpha - 1;$$
$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha.$$

В отдельных случаях траектория строится по точкам, координаты которых рассчитываются по уравнениям движения для различных моментов времени.

Таблица 1.1

Варианты числовых значений задания №1

№ Вар.	№ Подвар.	Время t_1 , с	Уравнения движения точки	
			$x=x(t)$, м	$y=y(t)$, м
1	2	3	4	5
1	1	0	$-2t^2 + 3$	$-5t$
	2	0,25		
	3	0,5		
	4	0,75		
	5	1		
	6	1,25		
2	1	0	$4\cos^2\left(\frac{\pi}{3}t\right) + 2$	$4\sin^2\left(\frac{\pi}{3}t\right)$
	2	0,5		
	3	1		
	4	1,5		
	5	2		
	6	2,5		
3	1	0	$-\cos\left(\frac{\pi}{3}t^2\right) + 3$	$\sin\left(\frac{\pi}{3}t^2\right) - 1$
	2	1		
	3	2		
	4	3		
	5	4		
	6	5		
4	1	0	$4(t+1)$	$-\frac{4}{(t+1)}$
	2	0,25		
	3	0,5		
	4	0,75		
	5	1		
	6	1,25		
5	1	0	$2\sin\left(\frac{\pi}{3}t\right)$	$-3\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right) + 4$
	2	1		
	3	2		
	4	3		
	5	4		
	6	5		
6	1	0	$3t^2 + 2$	$-4t$
	2	0,25		
	3	0,5		
	4	0,75		
	5	1		
	6	1,25		

№ Вар.	№ Подвар.	Время t_1 , с	Уравнения движения точки	
			$x=x(t)$, м	$y=y(t)$, м
7	1	0	$7 \sin\left(\frac{\pi}{6}t^2\right) + 3$	$2 - 7 \cos\left(\frac{\pi}{6}t^2\right)$
	2	1		
	3	2		
	4	3		
	5	4		
	6	5		
8	1	0	$4 \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	$3 \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right) - 2$
	2	0,25		
	3	0,5		
	4	0,75		
	5	1		
	6	1,25		
9	1	0	$-4 \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$	$-2 \sin\left(\frac{\pi}{3}t\right) - 3$
	2	1		
	3	2		
	4	3		
	5	4		
	6	5		
10	1	0	$-4t^2 + 1$	$-3t$
	2	0,25		
	3	0,5		
	4	0,75		
	5	1		
	6	1,25		
11	1	0	$5 \cos \frac{\pi}{3} t^2$	$-5 \sin \frac{\pi}{3} t^2$
	2	1		
	3	2		
	4	3		
	5	4		
	6	5		
12	1	0	$5 \sin^2\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	$-5 \cos^2\left(\frac{\pi}{6}t\right) - 3$
	2	0,25		
	3	0,5		
	4	0,75		
	5	1		
	6	1,25		

Продолжение табл. 1.1

№ Вар.	№ Подвар.	Время t_1, c	Уравнения движения точки	
			$x=x(t), м$	$y=y(t), м$
13	1	0	$8 - 12 \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$	$6 \sin\left(\frac{\pi}{3}t\right)$
	2	1		
	3	2		
	4	3		
	5	4		
	6	5		
14	1	0	$4 - 6 \sin \frac{\pi}{6} t$	$4 \cos \frac{\pi}{3} t$
	2	0,5		
	3	1		
	4	1,5		
	5	2		
	6	2,5		
15	1	0	$-2t - 2$	$-\frac{2}{t+1}$
	2	0,25		
	3	0,5		
	4	0,75		
	5	1		
	6	1,25		
16	1	0	$4 \cos \frac{\pi}{3} t$	$-3 \sin \frac{\pi}{3} t$
	2	1		
	3	2		
	4	3		
	5	4		
	6	5		
17	1	0	$3t$	$4t^2 + 1$
	2	0,25		
	3	0,5		
	4	0,75		
	5	1		
	6	1,25		
18	1	0	$7 \sin^2\left(\frac{\pi}{6}t\right) - 5$	$-7 \cos^2\left(\frac{\pi}{6}t\right)$
	2	0,5		
	3	1		
	4	1,5		
	5	2		
	6	2,5		

№ Вар.	№ Подвар.	Время t_1 , с	Уравнения движения точки	
			$x=x(t)$, м	$y=y(t)$, м
19	1	0	$1 + 3 \cos\left(\frac{\pi}{3}t^2\right)$	$3 \sin\left(\frac{\pi}{3}t^2\right) + 3$
	2	1		
	3	2		
	4	3		
	5	4		
	6	5		
20	1	0	$t - 4$	$(2 + t)^2$
	2	0,25		
	3	0,5		
	4	0,75		
	5	1		
	6	1,25		
21	1	0	$2 - 3t - 6t^2$	$3 - \frac{3}{2}t - 3t^2$
	2	0,5		
	3	1		
	4	1,5		
	5	2		
	6	2,5		
22	1	0	$6 \sin\left(\frac{\pi}{6}t^2\right) - 2$	$6 \cos\left(\frac{\pi}{6}t^2\right) + 3$
	2	1		
	3	2		
	4	3		
	5	4		
	6	5		
23	1	0	$7t^2 - 3$	$5t$
	2	0,25		
	3	0,5		
	4	0,75		
	5	1		
	6	1,25		
24	1	0	$-4 \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right) - 1$	$-4 \sin\left(\frac{\pi}{3}t\right)$
	2	0,5		
	3	1		
	4	1,5		
	5	2		
	6	2,5		

№ Вар.	№ Подвар.	Время t_1, c	Уравнения движения точки	
			$x=x(t), м$	$y=y(t), м$
25	1	0	$8 \cos^2\left(\frac{\pi}{6}t\right) + 2$	$-8 \sin^2\left(\frac{\pi}{6}t\right) - 7$
	2	0,25		
	3	0,5		
	4	0,75		
	5	1		
	6	1,25		
26	1	0	$9 \cos \frac{\pi}{6}t + 5$	$6 \cos \frac{\pi}{6}t$
	2	0,5		
	3	1		
	4	1,5		
	5	2		
	6	2,5		
27	1	0	$2 \cos\left(\frac{\pi}{3}t^2\right) - 2$	$-2 \sin\left(\frac{\pi}{3}t^2\right) + 3$
	2	1		
	3	2		
	4	3		
	5	4		
	6	5		
28	1	0	$-3 - 9 \sin\left(\frac{\pi}{6}t^2\right)$	$-9 \cos\left(\frac{\pi}{6}t^2\right) + 5$
	2	0,5		
	3	1		
	4	1,5		
	5	2		
	6	2,5		
29	1	0	$-4t^2 + 1$	$-3t$
	2	0,25		
	3	0,5		
	4	0,75		
	5	1		
	6	1,25		
30	1	0	$-3 \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	$4 \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$
	2	0,5		
	3	1		
	4	1,5		
	5	2		
	6	2,5		

1.3. Пример выполнения задания №1

Точка M движется в плоскости xOy согласно уравнениям

$$x = \frac{4}{t+1}, \quad y = \frac{1}{2}t + 0,5.$$

(x, y – в метрах, t – в секундах.)

Определить уравнение траектории точки M ; найти скорость и ускорение точки в момент времени $t_1 = 1$ с, а также ее касательное и нормальное ускорение и радиус кривизны в соответствующей точке траектории.

Решение. Для того чтобы получить уравнение траектории точки M в явном виде исключим время t . Из второго уравнения движения определяем:

$$t + 1 = 2y.$$

Подставляя это выражение в первое уравнение движения, получаем уравнение траектории точки M в явном виде:

$$x = \frac{2}{y}.$$

Траектория точки M – ветвь гиперболы изображенная на рис. 1.1. Координаты точки M при $t_1 = 1$ с равны $x(1) = 2$ м, $y(1) = 1$ м.

Определяем проекции скорости точки на координатные оси:

$$V_x = \dot{x} = -\frac{4}{(t+1)^2}, \quad V_y = \dot{y} = 0,5 \text{ м/с.}$$

При $t_1 = 1$ с находим: $V_x = -1$ м/с, $V_y = 0,5$ м/с.

Модуль скорости точки:

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{(-1)^2 + (0,5)^2} \approx 1,12 \text{ м/с.}$$

Определяем проекции ускорения точки на координатные оси:

$$a_x = \dot{V}_x = \ddot{x} = \frac{8}{(t+1)^3}, \quad a_y = \dot{V}_y = \ddot{y} = 0.$$

При $t_1 = 1$ с: $a_x = 1$ м/с², $a_y = 0$.

Модуль ускорения точки:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 1 \text{ м/с}^2.$$

Модуль касательного ускорения точки определяем по формуле

$$|a_\tau| = \frac{|a_x V_x + a_y V_y|}{V} = \frac{|1 \cdot (-1) + 0 \cdot 0,5|}{1,18} = 0,893 \text{ м/с}^2.$$

Нормальное ускорение точки

$$a_n = \sqrt{a^2 - a_\tau^2} = \sqrt{1^2 - 0,893^2} \approx 0,451 \text{ м/с}^2.$$

Радиус кривизны траектории точки

$$\rho = \frac{V^2}{a_n} = \frac{1,25}{0,451} \approx 2,77 \text{ м.}$$

Векторы \vec{V} , \vec{a} , \vec{a}_τ , \vec{a}_n и центр кривизны (Ц. К.) траектории изображены на рис. 1.1.

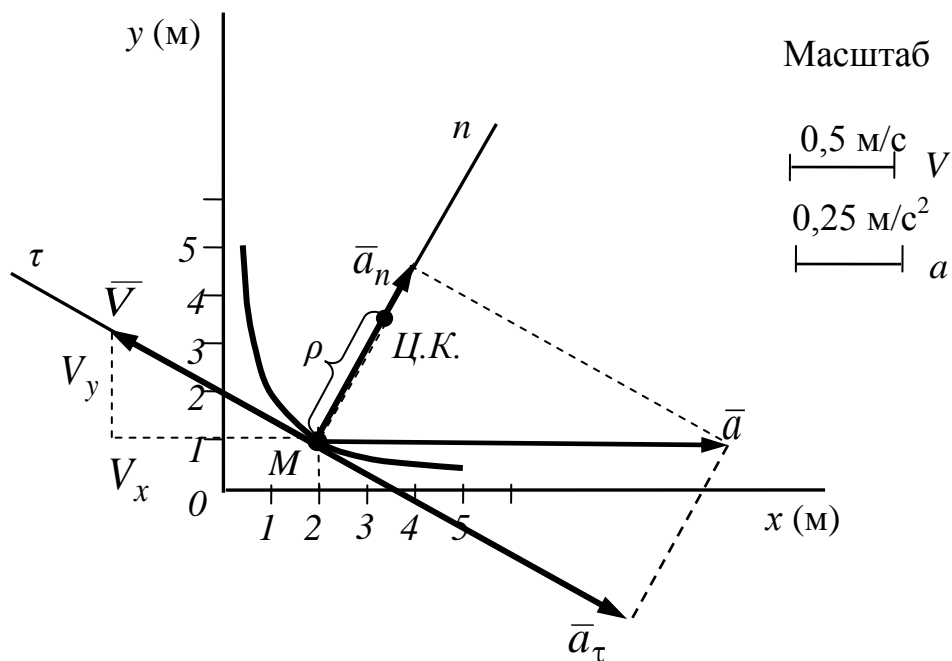


Рис. 1.1

2. ЗАДАНИЕ №2 СЛОЖНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТОЧКИ

2.1. Содержание задания №2

По заданным уравнениям относительного движения точки $S=S(t)$ по переносящему телу и угловой скорости $\omega=\omega(t)$ этого тела, приведенным в табл. 2.1, найти абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки M в момент времени t_1 . Варианты расчетных схем изображены на рис. 2.1.

2.2. Краткие методические указания к выполнению

1. Проработать раздел «Сложное движение точки», пользуясь конспектом лекций и рекомендуемыми учебниками [1 – 4].

2. По условию задачи вычертить переносящее тело и изобразить точку M в момент времени t_1 . Выбрать неподвижную систему координат и подвижную систему координат, связанную с переносящим телом.

3. Определить относительную траекторию точки M и абсолютную траекторию точки M' переносящего тела, с которой в данный момент времени совпала движущаяся точка M .

4. Определить алгебраические величины переносной и относительной скоростей точки M и указать на чертеже векторы переносной \bar{V}_e и относительной \bar{V}_r скоростей.

5. Указать на чертеже вектор абсолютной скорости точки M :

$$\bar{V}_a = \bar{V}_e + \bar{V}_r.$$

6. Найти проекции V_{ax}, V_{ay}, V_{az} вектора абсолютной скорости точки M на оси координат.

7. Найти модуль вектора абсолютной скорости точки M

$$V_a = \sqrt{V_{ax}^2 + V_{ay}^2 + V_{az}^2}.$$

8. Определить величины переносного нормального и переносного касательного ускорений точки M и указать на чертеже векторы \bar{a}_e^n и \bar{a}_e^τ .

При переносном вращательном движении

$$a_e^n = \omega_e^2 \cdot R_e,$$

$$a_e^\tau = \varepsilon_e \cdot R_e,$$

где R_e – условный радиус кривизны переносной траектории, ω_e – переносная угловая скорость, ε_e – переносное угловое ускорение.

9. Определить величину относительного ускорения точки M и указать на чертеже вектор \bar{a}_r . При относительном криволинейном движении точки M

$$\bar{a}_r = \bar{a}_r^n + \bar{a}_r^\tau.$$

Здесь \bar{a}_r^n и \bar{a}_r^τ – нормальная и касательная составляющие относительного ускорения точки. Величины этих ускорений определяются по формулам

$$a_r^\tau = \dot{V}_r,$$
$$a_r^n = \frac{V_r^2}{\rho_r},$$

где ρ_r – радиус кривизны относительной траектории.

10. Определить модуль ускорения Кориолиса

$$a_k = \left| 2\omega_e \cdot V_r \cdot \sin(\widehat{\omega_e \vec{V}_r}) \right|.$$

11. Указать на чертеже вектор \vec{a}_k ускорения Кориолиса пользуясь правилом Жуковского.

12. Записать векторное равенство, выражающее теорему о сложении ускорений при вращательном переносном движении

$$\vec{a}_a = \vec{a}_e^n + \vec{a}_e^\tau + \vec{a}_r^n + \vec{a}_r^\tau + \vec{a}_k$$

13. Найти проекции a_{ax}, a_{ay}, a_{az} вектора абсолютного ускорения точки M на оси координат.

14. Определить модуль вектора абсолютного ускорения точки M по формуле

$$a_a = \sqrt{a_{ax}^2 + a_{ay}^2 + a_{az}^2}$$

Таблица 2.1

Варианты числовых значений задания №2

№ Вар.	№ Подвар.	$\omega(t)$, рад/с	$S(t)$, см	R, см	a, см	t, сек
1.	1	$3\sin(\pi t)$	$12t+3\cos(2\pi t/3)$	18	-	1/3
	2	$0,5\cos(2t)$	$20t+8\sin(\pi t/3)$	12	-	0,5
	3	$0,5t^2+1$	$15t-3t^2$	12	-	2
	4	$2t+\sin^2(\pi t)$	$18t-5t^2$	10	-	1
	5	$5t^2+2$	$10t+2t^2$	15	-	2
	6	$2\sin(\pi t/2)$	$10\pi(1+\sin(\pi t/3))$	24	-	0,5
2.	1	$2\sin^2(\pi t/2)$	$6+12t-3t^2$	-	20	3
	2	$4t-2t^2$	$4+10t-5t^2$	-	10	0,5
	3	$3t+\sin(\pi t/3)$	$5+15t-3t^2$	-	15	1
	4	$3\cos(\pi t^3/6)$	$8+4t+3t^3$	-	30	2
	5	$2\pi t-\cos^2(\pi t/3)$	$15t-3t^2$	-	12	2
	6	$2t^2$	$5(1+\sin(\pi t/3))$	-	15	0,5
3.	1	$2-6t$	$2\pi\sin^2(\pi t)$	20	50	1/6
	2	$6t$	$2\pi(2t-3t^2)$	10	40	1/3
	3	$1-10t$	$\pi(2t-3t^2)$	20	60	1/6
	4	$\sin(\pi t)$	$3\pi\cos^2(\pi t)$	30	100	1/6
	5	$2\cos^2(\pi t)$	$2-6t$	10	50	1/3
	6	$2t-t^2$	$2-6t+t^3$	30	120	1/2
4.	1	$5-2t^2$	$\pi(6t+4t^2)$	10	5	1/2
	2	$4t-2$	$\pi(t-t^2)/2$	20	4	2
	3	$4-t$	$15t-3t^2$	12	10	2
	4	$2\pi-t^2$	$6t+4\sin^2(2\pi t/3)$	15	5	1
	5	$6-t^2$	$2t-3t^2$	15	5	3
	6	$4t$	$\pi(10t-4\sin(\pi t/3))$	10	10	1/2

Продолжение табл. 2.1

№ Вар.	№ Подвар.	$\omega(t)$, рад/с	$S(t)$, см	R, см	a, см	t, сек
5.	1	$6-6t$	$2\pi\sin^2(\pi t)$	20	-	1/6
	2	$6t$	$2\pi(2t-3t^2)$	10	-	1/3
	3	$2t$	$\pi(7t-3t^2)/3$	20	-	1
	4	$\pi\sin^2(2\pi t)$	$4\pi t$	10	-	1/3
	5	$4-2t$	$(4\pi/9)\cos^2(5\pi t/6)$	20	-	1
	6	$2\sin^2(2\pi t)$	$2\pi t$	12	-	1/3
6.	1	πt	$5\pi(3t-4t^4)$	15	-	1
	2	$\pi-0,5\pi t$	$\pi(9t+4\cos^2(2\pi t/3))$	15	-	1
	3	$3\pi-\pi t^2$	$\pi(5t^2+5)$	18	-	1
	4	$2\pi t$	$10\pi(\sin(\pi t/3)+t)$	12	-	1/2
	5	$3t$	$27\pi t+2\pi\cos(\pi t)$	30	-	1/3
	6	$3t-t^2$	$\pi(2t^2+5t)$	24	-	2
7.	1	$2t^2$	$10t-4t^2+4$	-	10	0,5
	2	$2t-0,1t^2$	$4+14t-2t^2$	-	30	2
	3	$6t-3t^2$	$10+8\sin^2(\pi t)$	-	20	1/3
	4	$0,5\cos^2(2\pi t)$	$6+6t-3t^2$	-	12	1/6
	5	$t^2+\pi$	$6+6\sin^2(2t)$	-	15	$\pi/3$
	6	$2t+t^2$	$5+15t-5t^2$	-	40	1
8.	1	$3-t^2$	$6t^2+2t$	20	-	1
	2	πt	$15\sin(\pi t/3)$	15	-	2
	3	$5-3t$	$18(1-\cos(\pi t/3))$	18	-	2
	4	π	$4\pi t+3\sin(\pi t/3)$	12	-	1/2
	5	$6-6t$	$10\sin(\pi t/2)$	20	-	1/3
	6	4	$6\sin(2\pi t^2)$	10	-	1/2

Продолжение табл. 2.1

№ Вар.	№ Подвар.	$\omega(t)$, рад/с	$S(t)$, см	R, см	a, см	t, сек
9.	1	$6-6t$	$20\sin^2(\pi t)$	20	10	1/6
	2	$3-t^3$	$-3t^2+6t+20$	30	15	2
	3	π	$40t-\sin(\pi t/3)$	15	7,5	1/2
	4	$8-12t$	$10+2,5\sin(2\pi t)$	18	9	1/3
	5	$3-t^2$	$20-5\cos^2(\pi t/3)$	25	12,5	1
	6	$5-3t$	$10t^2+4t+10$	30	15	1
10.	1	$4t-9t^2$	$8+4\sin^2(2\pi t)$	-	10	1/3
	2	$\cos^2(2\pi t)$	$10+4t-3t^2$	-	12	1/6
	3	$3t^2$	$6\sin^2(2t)$	-	6	$\pi/3$
	4	$2t^2+t$	$15t-5t^2$	-	10	1
	5	$2t+t^3/12$	$4t^2+5t$	-	30	2
	6	$2\sin(2\pi t)$	$5+6t+3t^2$	-	20	$\pi/3$
11.	1	$2t-3t^2$	$10-6\sin(3\pi t)$	20	-	0,25
	2	$3-t$	$9+12t+2t^2-3t^3$	30	-	1
	3	$2t$	$12-7t+6t^2$	15	-	0,5
	4	$5-3t$	$15-10\cos^2(\pi t/3)$	25	-	1
	5	$4\cos(\pi t/8)$	$10+10\sin(\pi t/3)$	30	-	2
	6	$6\pi-\pi t$	$25+6t-3t^2$	24	-	2
12.	1	$2\sin^2(\pi t/2)$	$6+12t-3t^2$	-	20	3
	2	$4t-2t^2$	$4+10t-5t^2$	-	10	0,5
	3	$3t+\sin(\pi t/3)$	$5+15t-3t^2$	-	20	1
	4	$3\cos(\pi t/6)$	$8+4t+3t^3$	-	10	2
	5	$2\pi t-$	$15t-3t^2$	-	20	2
	6	$t-2t^2$	$5(1+\sin(\pi t/3))$	-	12	1

Продолжение табл. 2.1

№ Вар.	№ Подвар.	$\omega(t)$, рад/с	$S(t)$, см	R, см	a, см	t, сек
13.	1	$\pi \sin^2(2\pi t)$	$5\pi(3t^2+2t)$	15	-	1/3
	2	$2t$	$0,1\pi(7t-2t^2)$	20	-	1
	3	$3-3t$	$4\pi \cos^2(2\pi t)$	10	-	1/3
	4	4	$15\pi \cos(2\pi t)$	10	-	1/6
	5	$\sin^2(2\pi t)$	$4\pi t$	20	-	1/3
	6	$6t$	$2\pi(2t+3t^2)$	12	-	1/3
14.	1	$4\sin(\pi t/4)$	$5+7t-2t^2$	-	20	1
	2	$4t-3t^2$	$8+4\sin^2(2\pi t)$	-	18	1/3
	3	$2t^2+t$	$15t-5t^2$	-	20	1
	4	$2\sin^2(2t)$	$3t^2+6t+5$	-	25	$\pi/3$
	5	$3t^2$	$6\sin(2t)$	-	10	$\pi/3$
	6	$2t^2$	$10t-6t^2+3$	-	12	0,5
15.	1	$8\pi-6\pi t$	$10+5 \sin^2(\pi t/2)$	-	-	1/3
	2	$3-t^2$	$15+5 \cos(\pi t/3)$	-	-	1
	3	$3t-2$	$2/3t^3-4 t^2+8t+6$	-	-	1
	4	t^3-3	$3t+2t^2-3t^3$	-	-	2
	5	πt	$30\sin(\pi t/3)$	-	-	2
	6	$3t$	$4t^2-6t$	-	-	1
16.	1	$4t-3t^2$	$8\pi\sin(\pi t)$	12	-	1/6
	2	$5t-2t^2$	$27\pi t+2\pi\cos(\pi t)$	20	-	1/3
	3	πt^2	$10\pi(t+2\sin(\pi t/3))$	12	-	1/2
	4	$8t-t^2$	$\pi(5t+2t^2)$	24	-	2
	5	$3\sin(\pi t/3)$	$\pi(3t+4\sin^2(2\pi t/3))$	18	-	1
	6	$3t+\sin(\pi t/3)$	$\pi(9t-4)$	15	-	1

Продолжение табл. 2.1

№ Вар.	№ Подвар.	$\omega(t)$, рад/с	$S(t)$, см	R, см	a, см	t, сек
17.	1	$2t^2$	$10t-4t^2+4$	-	20	0,5
	2	$2t-0,1t^2$	$4+14t-2t^2$	-	10	2
	3	$6t-3t^2$	$10+8\sin^2(\pi t)$	-	20	1/3
	4	$0,5\cos^2(2\pi t)$	$6+6t-3t^2$	-	10	1/6
	5	$t^2+6\pi\sin(2t)$	$6+6\sin(2t)$	-	20	$\pi/3$
	6	$2t+t^2$	$5+15t-5t^2$	-	12	1
18.	1	$6t^2+2t$	$8\pi-16\pi t^2$	16	-	0,5
	2	$3t-2$	$4\pi\sin^2(2\pi t)$	9	-	1/3
	3	$2t$	$24\pi(2t-3t^2)$	12	-	1/3
	4	$3-45t^2$	$12\pi\cos^2(\pi t)$	18	-	1/3
	5	$6-t^2$	$50\pi\sin(\pi t/6)$	30	-	1
	6	$2\sin^2(\pi t/24)$	$3\pi t$	24	-	6
19.	1	$6-4t^2$	$18(1-\cos(\pi t/3))$	-	20	2
	2	$-2t$	$4\pi t+3\sin(\pi t/2)$	-	10	0,5
	3	$27t^2$	$10\sin^2(\pi t)$	-	20	1/3
	4	$2t-5t^2$	$4+8t\cos(\pi t/3)$	-	10	0,5
	5	$-3\cos(\pi t/3)$	$6t-4t^2+6$	-	20	0,5
	6	t^2-3	$-9\cos(\pi t/3)$	-	12	2
20.	1	$2t$	$3t^2+5t$	-	-	2
	2	$5t^2/8$	$20\sin(\pi t/3)$	-	-	4
	3	$3t$	$10-10\cos^2(\pi t)$	-	-	1/3
	4	$5-2t$	$10\sin(\pi t/4)$	-	-	1
	5	$4-8t^2$	$16t^2+12t$	-	-	1/4
	6	$2t^2+t$	$15t-5t^2$	-	-	1

Продолжение табл. 2.1

№ Вар.	№ Подвар.	$\omega(t)$, рад/с	$S(t)$, см	R, см	a, см	t, сек
21.	1	$3-t^2$	$\pi(10t-3t^2)$	12	-	2
	2	$25t^3$	$4\pi t-3\pi\sin(\pi t/3)$	2	-	0,5
	3	$7-6t$	$6\pi\sin^2(\pi t)$	6	-	1/3
	4	$2\pi t$	$4\pi\sin^2(2\pi t)$	10	-	1/3
	5	t^2-3	$\pi(32t-2t^2-3t^3)$	40	-	2
	6	$2t$	$\pi(2t^2-3t+5)$	60	-	5
22.	1	$0,5t^2$	$30\sin(\pi t/3)$	30	30	2
	2	$-\pi t$	$6t-3t^2$	12	8	2
	3	$3\cos(2t)$	$4t+3\sin(\pi t/3)$	7	6	1/2
	4	$8-6t$	$18\sin^2(\pi t/6)$	18	9	1
	5	$24t^3$	$10\sin(2\pi t/3)$	6	8	1/2
	6	$3t-2$	$3t^3-4t^2+11t$	10	2	1
23.	1	$3t$	$8t-5t^2$	10		1
	2	$6-t^2$	$10t-2t^2$	20		2
	3	$4t\sin(t)$	$20t+8\sin(\pi t/3)$	28		1/2
	4	$2+\cos(\pi t/6)$	$8t$	30		3
	5	$5t$	$4\cos^2(2\pi t/3)$	15		1
	6	$3t-2t^2$	$10(t+\sin(\pi t/3))$	25		1/2
24.	1	$3t\cos(2t)$	$4t^2-6t+10$	-	-	0,5
	2	$3\pi-\pi t$	$6t-3t^2+15$	-	-	2
	3	$8\pi-6\pi t$	$20+5\sin^2(\pi t/2)$	-	-	1/3
	4	$3-t^2$	$15-5\cos^2(\pi t/3)$	-	-	1
	5	$3t-2$	$3t^3-4t^2+5t+10$	-	-	1
	6	-2π	$10+2\sin(2\pi t)$	-	-	1/5

Продолжение табл. 2.1

№ Вар.	№ Подвар.	$\omega(t)$, рад/с	$S(t)$, см	R, см	a, см	t, сек
25.	1	$2t$	$10t^2$	30	-	1
	2	$5t^3$	$20\pi(t-0,6t^2)$	10	-	1
	3	$-3\pi t$	$42\pi\cos^2(\pi t)$	16	-	1/3
	4	$3-t^2$	$4\pi\sin^2(\pi t)$	12	-	1/3
	5	$2\cos(\pi t/2)$	$\pi+6\pi t^2$	12	-	1/2
	6	$4\sin(2t)$	$6\pi(t+2\cos(\pi t))$	6	-	1/3
26.	1	$2-3t^2$	$2\cos(\pi t/2)$	-	-	1
	2	$2\sin(t)$	$\pi t+2\pi t^2$	-	-	2
	3	$4t$	$8\pi+4\pi\sin(\pi t)$	-	-	1
	4	$-8t^2$	$t-2\sin(\pi t/3)$	-	-	1/2
	5	$2\cos(\pi t)$	$-4\pi\sin^2(\pi t)$	-	-	1/4
	6	$5t^2$	$\pi(12+15t-3t^2)$	-	-	1
27.	1	$2t-\cos^2(\pi t/2)$	$15t-3t^2$	-	-	2
	2	$2\sin(\pi t^2)$	$10+12t-4t^2$	-	-	0,5
	3	$4t-$	$2t^3+8$	-	-	2
	4	t^2+t	$10(1+\sin^2(\pi t/3))$	-	-	1
	5	$2t$	$15t-5\cos^2(\pi t/3)$	-	-	2
	6	$2\sin^2(\pi t/2)$	$12+12t-3t^2$	-	-	1/6
28.	1	$3t-t^2/2$	$18(1-\cos(\pi t/3))$	-	20	2
	2	$-4t$	$4\pi t+3\sin(\pi t/2)$	-	10	0,5
	3	$2+6t-3t^2$	$10\sin^2(\pi t)$	-	20	1/3
	4	$3\sin(\pi t/2)$	$6t^2-8t+4$	-	10	0,5
	5	$4\cos(\pi t/2)$	$6t-4t^2+6$	-	20	0,5
	6	$3t-0,5t^3$	$9\cos^2(\pi t/3)$	-	12	2

Окончание табл. 2.1

№ Вар.	№ Подвар.	$\omega(t)$, рад/с	$S(t)$, см	R, см	a, см	t, сек
29.	1	$3t$	$10\pi\sin^2(\pi t)$	15	-	1/6
	2	$3-t^2$	$\pi(90t-15t^2)$	30	-	1/3
	3	$4-4t$	$\pi(60t+40t^2)$	40	-	1/2
	4	$4t$	$10\pi(t+\sin(\pi t/3))$	15	-	1/2
	5	πt	$\pi(48t-16t^3)$	32	-	1
	6	$\pi-2t$	$40\pi\sin^2(\pi t)$	15	-	1/6
30.	1	$6t-9t^2$	$6\pi\sin^2(\pi t)$	9	-	1/3
	2	$-3t$	$\pi(3+\cos(2\pi t))$	10	-	1/3
	3	$2+6t-3t^2$	$24t-2t^2-3t^3$	16	-	2
	4	$3\sin(\pi t/3)$	$\pi(2t^2-7t+5)$	60	-	5
	5	t^2+4	$30\sin(\pi t/3)$	30	-	2
	6	$3t\cos(2\pi t)$	$6t-3t^2$	12	-	2

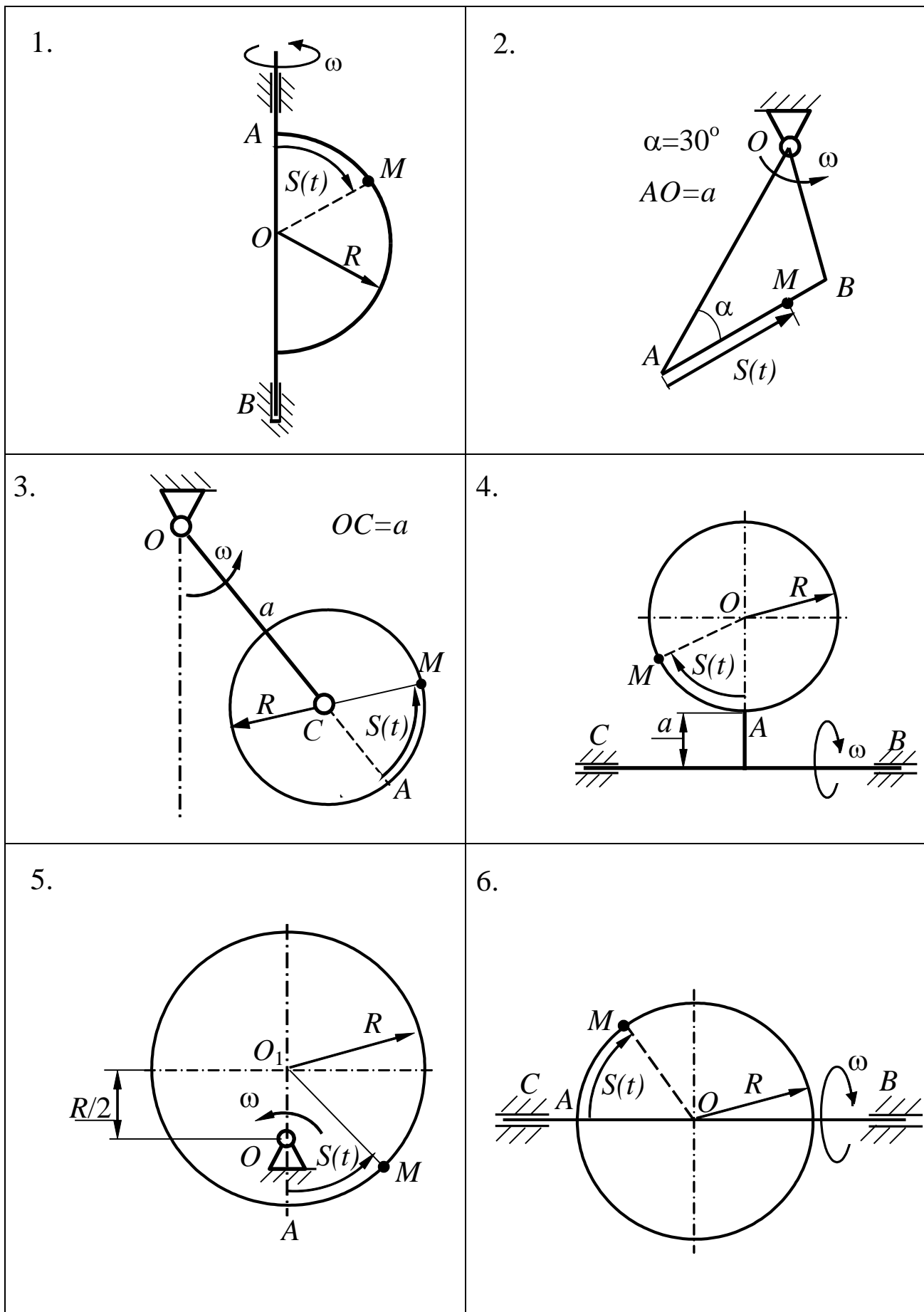
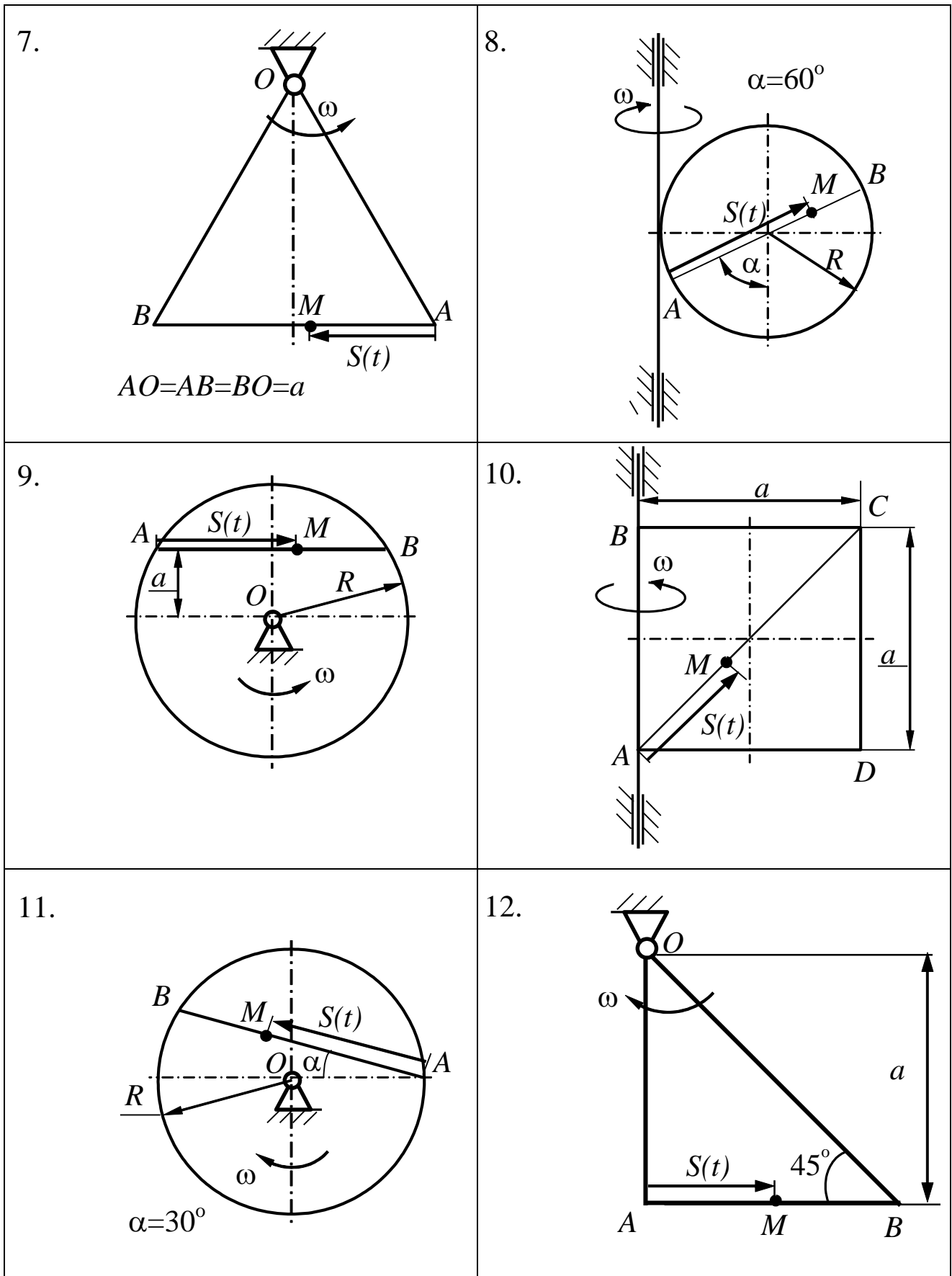
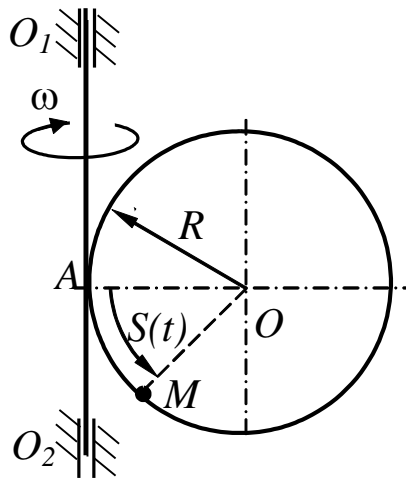


Рис. 2.1

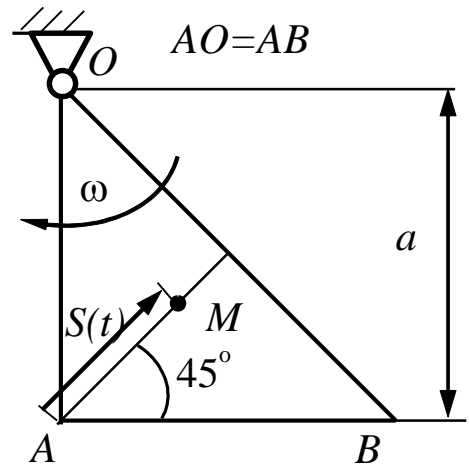


Продолжение рис. 2.1

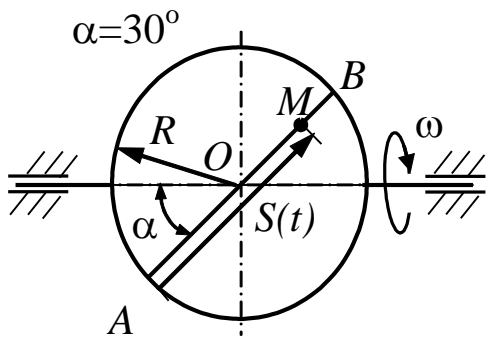
13.



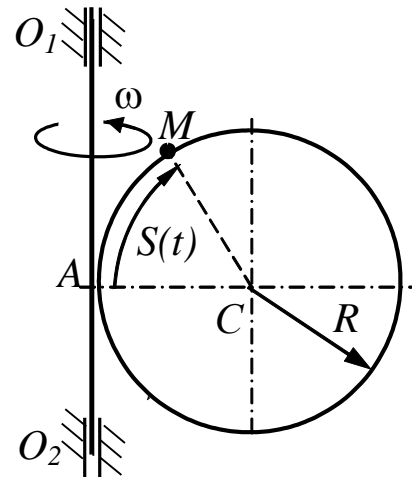
14.



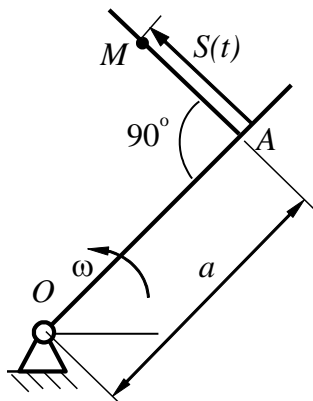
15.



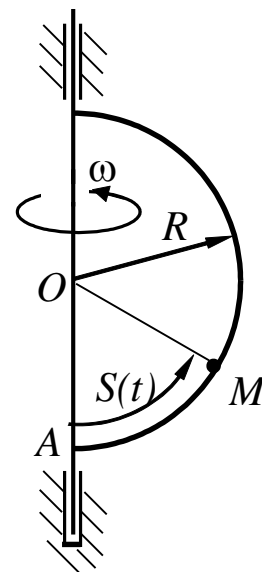
16.



17.

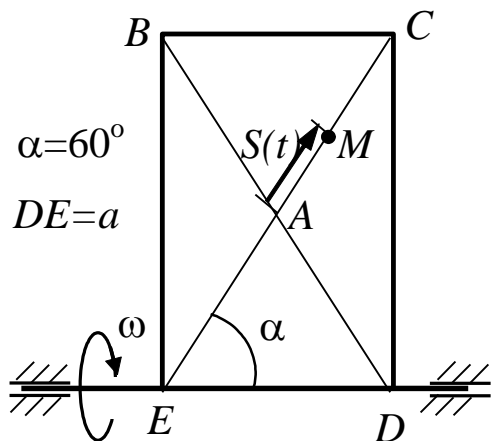


18.

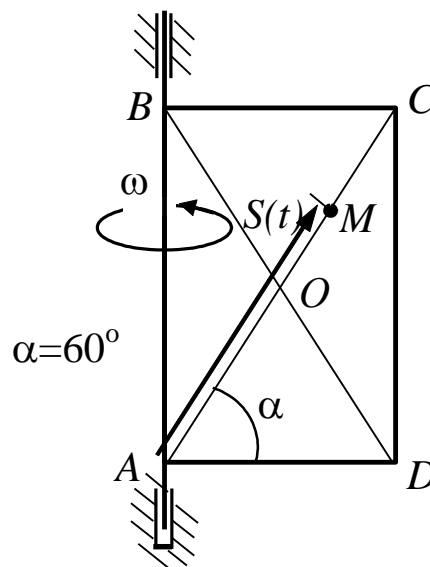


Продолжение рис. 2.1

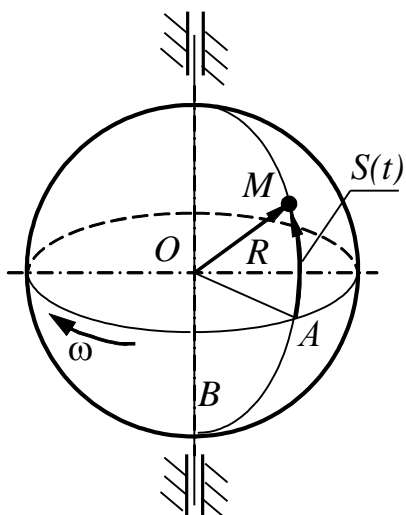
19.



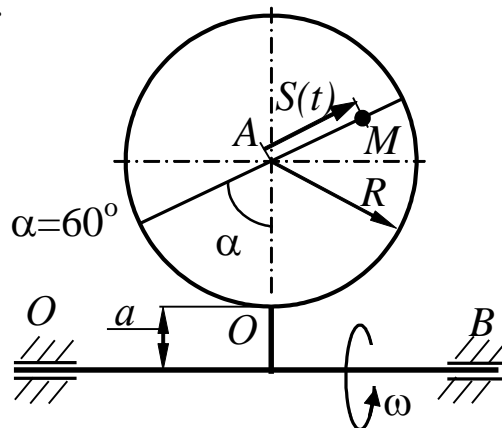
20.



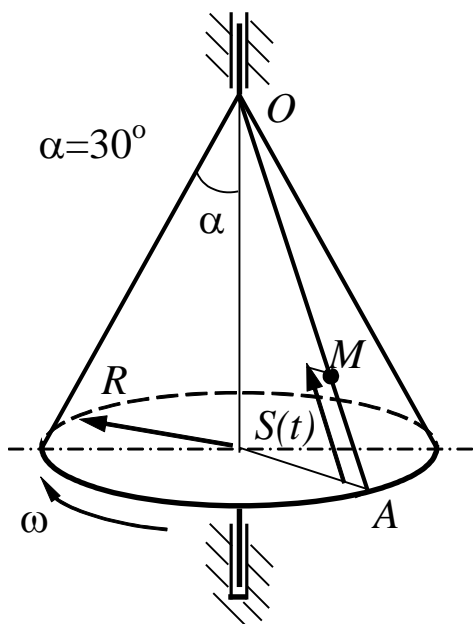
21.



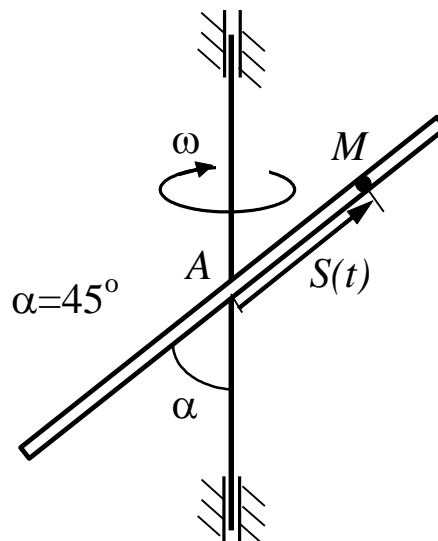
22.



23.

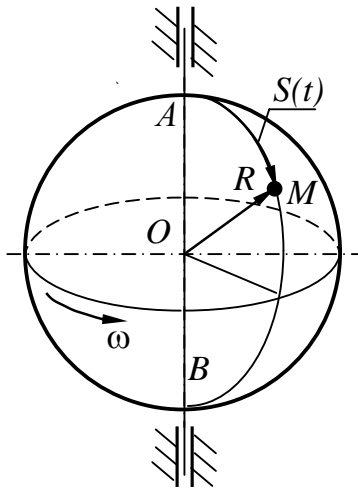


24.

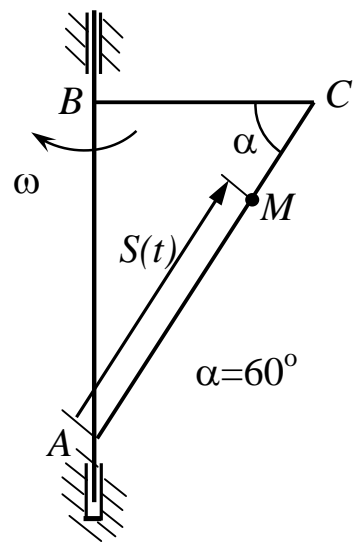


Продолжение рис. 2.1

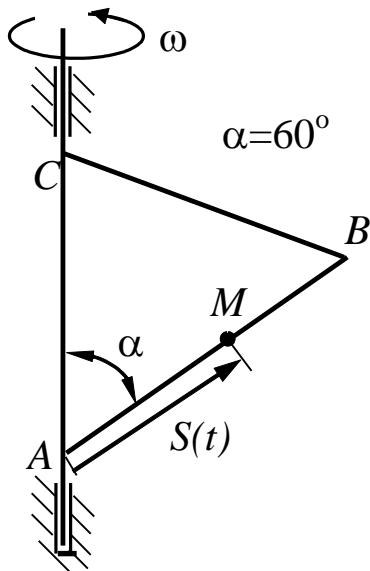
25.



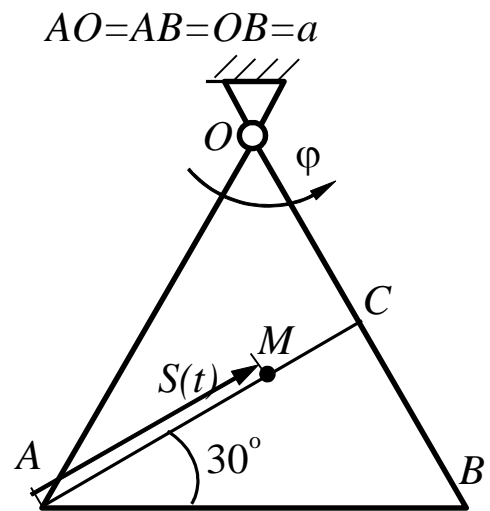
26.



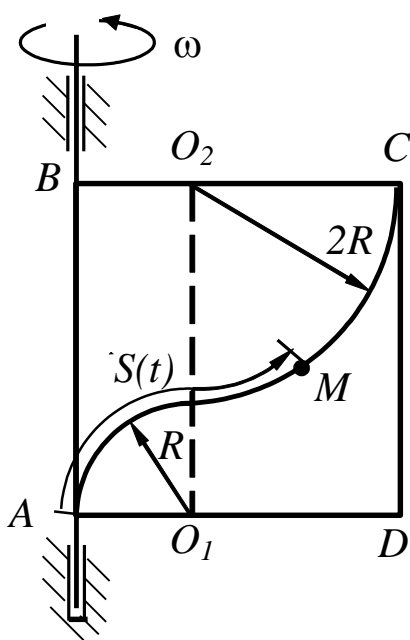
27.



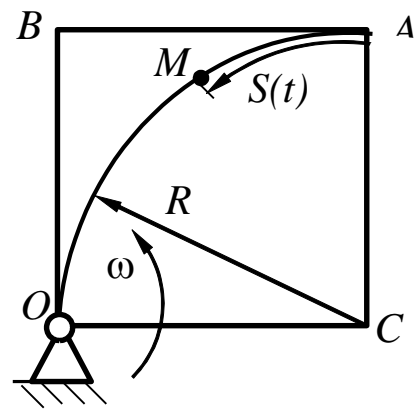
28.



29.



30.



Окончание рис.2.1

2.3. Пример выполнения задания №2

Диск радиуса $R = 0,5$ м вращается вокруг касательной O_1O_2 (рис. 2.2) с угловой скоростью $\omega = 4t^2$ (рад/с). По ободу диска движется точка M согласно уравнению $OM = S(t) = \frac{\pi \cdot t^3}{3}$ (м).

Определить абсолютные скорость и ускорение точки в момент времени $t_1 = 1$ (с).

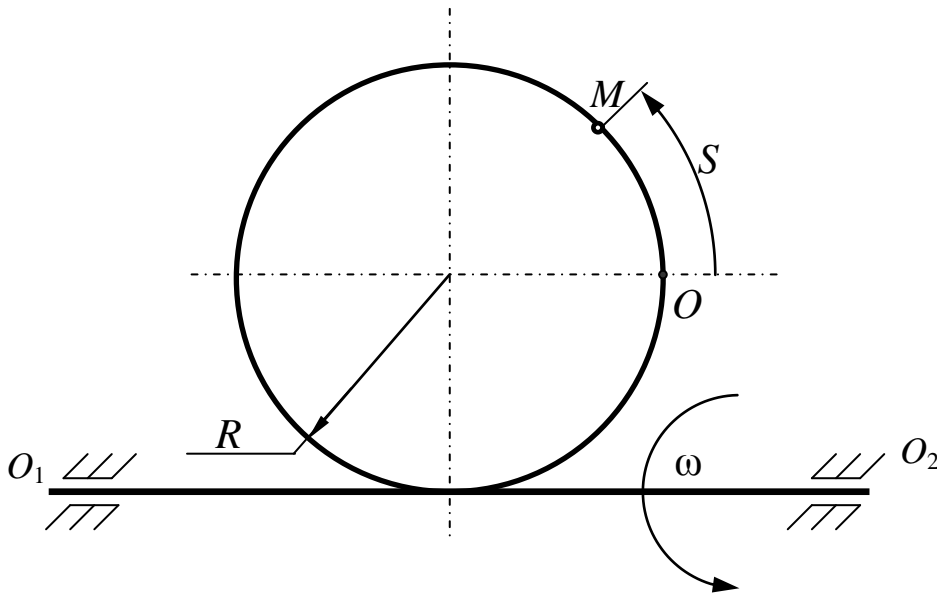


Рис. 2.2

Решение. Выберем неподвижную и подвижную системы отсчета. Неподвижную систему отсчета S_{xyz} связываем с неподвижным телом, отмеченным на рис. 2.3 штриховкой. Подвижную систему отсчета $Dx'y'z'$ связываем с диском (переносящим телом), который вращается с переносной угловой скоростью $\omega_e = \omega = 4t^2$.

Таким образом, окружность радиуса $R = 0,5$ м – относительная траектория точки M , а уравнение $S_r = S = \frac{\pi \cdot t^3}{3}$ – уравнение относительного движения точки.

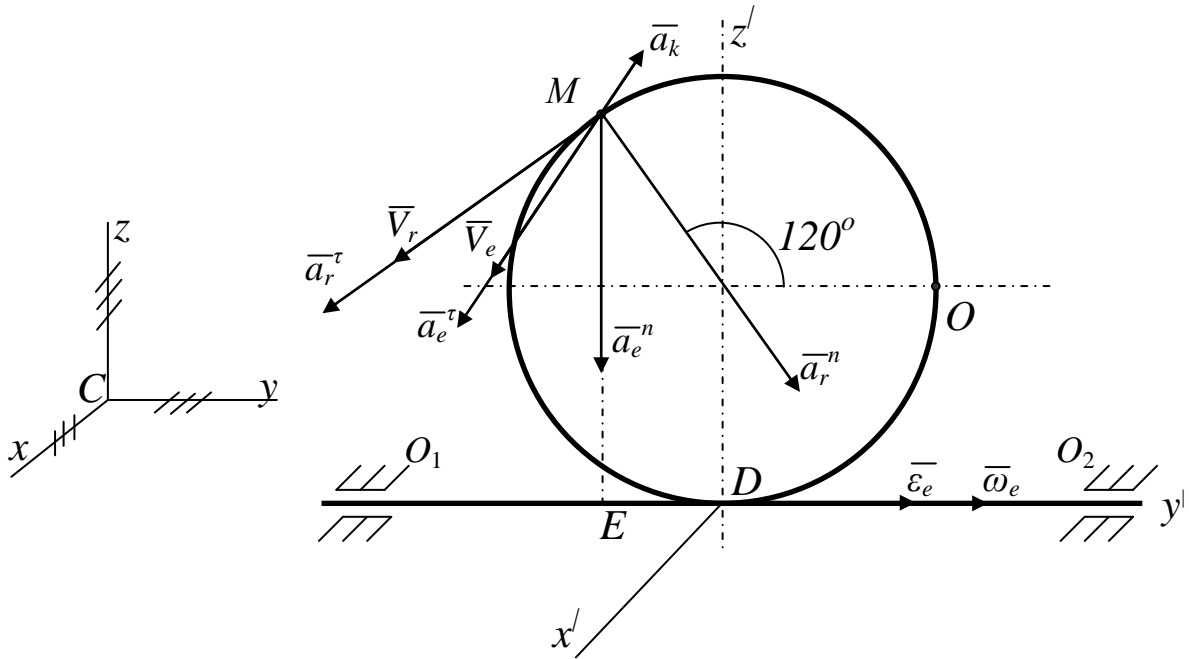


Рис. 2.3

Расчет скоростей

Положение точки M при $t_1 = 1$ с определяется центральным углом:

$$\varphi(1) = \frac{S_r(1)}{R} = \frac{\frac{\pi}{3}}{0,5} = \frac{2}{3}\pi \text{ (рад)},$$

что соответствует 120° (см. рис. 2.3).

Относительная скорость точки M равна:

$$V_r = \dot{S}_r = \pi \cdot t^2.$$

При $t_1 = 1$ с

$$V_r = 3,14 \text{ м/с.}$$

Вектор \bar{V}_r направлен по касательной к относительной траектории – окружности (см. рис. 2.3).

Переносную скорость V_e точки M определим как абсолютную скорость точки M' диска, с которой в момент времени $t_1 = 1$ с совпала движущаяся точка M . Имеем:

$$V_e = \omega_e \cdot R_e.$$

При $t_1 = 1$ с

$$\omega_e = 4 \text{ рад/с}, R_e = ME = R + R \cdot \sin 60^\circ = 0,5 + 0,5 \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,933 \text{ м.}$$

Окончательно:

$$V_e = 4 \cdot 0,933 \approx 3,73 \text{ м/с.}$$

Вектор \bar{V}_e направлен перпендикулярно плоскости диска в положительном направлении оси Cx (см. рис. 2.3).

По теореме о сложении скоростей:

$$\bar{V}_a = \bar{V}_r + \bar{V}_e. \quad (2.1)$$

В рассматриваемом примере векторы относительной и переносной скоростей взаимно перпендикулярны, следовательно, модуль абсолютной скорости можно определить по теореме Пифагора:

$$V_a = \sqrt{V_r^2 + V_e^2} = \sqrt{3,14^2 + 3,73^2} \approx 4,87 \text{ м/с.}$$

Модуль абсолютной скорости V_a точки M можно также определить методом проекций. Проецируя обе части векторного равенства (2.1) на неподвижные оси координат, имеем:

$$\begin{aligned} V_{ax} &= 0 + V_e = 3,73 \text{ м/с}, \\ V_{ay} &= -V_r \cdot \cos 30^\circ + 0 = -3,14 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \approx -2,72 \text{ м/с}, \\ V_{az} &= -V_r \cdot \cos 60^\circ + 0 = -3,14 \cdot 0,5 \approx -1,57 \text{ м/с}. \end{aligned}$$

Тогда

$$V_a = \sqrt{V_{ax}^2 + V_{ay}^2 + V_{az}^2} = \sqrt{3,73^2 + (-2,72)^2 + (-1,57)^2} \approx 4,87 \text{ м/с.}$$

Направляющие косинусы вектора \bar{V}_a равны:

$$\begin{aligned} \cos(\bar{V}_a, x) &= \frac{V_{ax}}{V_a} = 0,766, \\ \cos(\bar{V}_a, y) &= \frac{V_{ay}}{V_a} = -0,558, \quad \cos(\bar{V}_a, z) = \frac{V_{az}}{V_a} = -0,322.. \end{aligned}$$

Расчет ускорений

Запишем векторное равенство, выражающее теорему о сложении ускорений при вращательном переносном движении

$$\bar{a}_a = \bar{a}_e^n + \bar{a}_e^\tau + \bar{a}_r^n + \bar{a}_r^\tau + \bar{a}_k \quad (2.2)$$

где \bar{a}_e^n и \bar{a}_e^τ – нормальная и касательная составляющие переносного ускорения точки, \bar{a}_r^n и \bar{a}_r^τ – нормальная и касательная составляющие относительного ускорения точки, \bar{a}_k – ускорение Кориолиса.

Переносное вращение происходит с угловым ускорением:

$$\varepsilon_e = \dot{\omega}_e = 8t.$$

При $t_1 = 1$ с

$$\varepsilon_e = 8 \text{ рад/с}^2.$$

Векторы $\bar{\omega}_e$ и $\bar{\varepsilon}_e$ направлены в одну сторону вдоль оси вращения O_1O_2 (см. рис. 2.3).

Переносное нормальное ускорение a_e^n точки M равно абсолютному нормальному ускорению точки M' диска:

$$a_e^n = \omega_e^2 \cdot ME = 4^2 \cdot 0,933 \approx 14,9 \text{ м/с}^2.$$

Вектор \bar{a}_e^n направлен вдоль прямолинейного отрезка ME к оси вращения диска (см. рис. 2.3).

Переносное касательное ускорение a_e^τ точки M равно абсолютному касательному ускорению точки M' диска:

$$a_e^\tau = |\varepsilon_e| \cdot ME = 8 \cdot 0,933 \approx 7,46 \text{ м/с}^2.$$

Направление вектора \bar{a}_e^τ совпадает с направлением вектора \bar{V}_e , так как векторы $\bar{\omega}_e$ и $\bar{\varepsilon}_e$ направлены в одну сторону (см. рис. 2.3).

Относительное нормальное ускорение a_r^n точки M определяем по формуле:

$$a_r^n = \frac{V_r^2}{R} = \frac{3,14^2}{0,5} \approx 19,7 \text{ м/с}^2.$$

Относительное касательное ускорение a_r^τ точки M равно производной по времени от относительной скорости V_r :

$$a_r^\tau = \dot{V}_r = 2\pi \cdot t.$$

При $t_1 = 1\text{ с}$

$$a_r^\tau = 6,28 \text{ м/с}^2.$$

Направление вектора \bar{a}_r^τ совпадает с направлением вектора \bar{V}_r (см. рис. 3.3).

Вектор \bar{a}_r^n направлен вдоль радиуса к центру диска (см. рис. 2.3).

Модуль ускорения Кориолиса точки M находим по формуле:

$$a_k = 2|\omega_e| \cdot |V_r| \cdot \sin 150^\circ = 2 \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 0,5 \approx 12,6 \text{ м/с}^2.$$

Ускорение Кориолиса, определяемое векторным произведением:

$$\bar{a}_k = 2 \cdot \bar{\omega}_e \times \bar{V}_r,$$

направлено перпендикулярно плоскости диска в отрицательном направлении оси Cx (см. рис. 2.3).

Проецируя обе части векторного равенства (2.2) на оси координат, находим:

$$a_{ax} = 0 + a_e^\tau + 0 + 0 - a_k = 7,46 - 12,6 = -5,14 \text{ м/с}^2,$$

$$\begin{aligned} a_{ay} &= 0 + 0 + a_r^n \cos 60^\circ - a_r^\tau \cos 30^\circ + 0 = \\ &= 19,7 \cdot 0,5 - 6,28 \text{ м/с}^2, \approx 4,41 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{az} &= -a_e^n + 0 - a_r^n \cos 30^\circ - a_r^\tau \cos 60^\circ + 0 = \\ &= -14,9 - 19,7 \cdot 0,866 - 6,28 \cdot \text{м/с}^2. \quad 35,1 \end{aligned}$$

Модуль ускорения точки M равен:

$$a_a = \sqrt{a_{ax}^2 + a_{ay}^2 + a_{az}^2} = \sqrt{(-5,14)^2 + 4,41^2 + (-35,1)^2} \approx 35,7 \text{ м/с}^2.$$

Направляющие косинусы вектора \bar{a}_a равны:

$$\cos(\bar{a}_a, x) = \frac{a_{ax}}{a_a} = -0,144; \quad \cos(\bar{a}_a, y) = \frac{a_{ay}}{a_a} = 0,124;$$

$$\cos(\bar{a}_a, z) = \frac{a_{az}}{a_a} = -0,983.$$

3. ЗАДАНИЕ № 3

ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА

3.1. Содержание задания №3

1. Построить положение механизма (вариант схемы выбрать из рис. 3.1) по заданным размерам и углам, приведенным в табл. 3.1.

Примечание. В вариантах 2, 3, 9, 15, 16, 21, 24, 25, 27 заштрихованные треугольники считать равнобедренными, в вариантах 11, 23, 29 плоскую фигуру считать прямоугольником, а в вариантах 8, 14, 19 – круговым диском, катящимся без скольжения.

2. По заданной угловой скорости ведущего звена, для заданного положения механизма определить линейные скорости всех изображенных точек и угловые скорости его звеньев.

3. По найденным величинам угловых скоростей звеньев и заданной величине углового ускорения ведущего звена, определить линейные ускорения точек, изображенных на схеме, и угловые ускорения звеньев механизма.

3.2. Краткие методические указания к выполнению

1. Прежде, чем приступить к выполнению задания, необходимо проработать соответствующие разделы лекций и рекомендуемой литературы [1 – 4].

2. Для звеньев механизма совершающих вращательное движение скорость точки A определяется по формуле

$$V_A = \omega R, \quad (4.1)$$

где ω угловая скорость звена; R – расстояние от данной точки A до оси вращения $R=OA$.

При этом вектор скорости перпендикулярен данному звену и направлен в соответствии с направлением угловой скорости (рис. 3.2).

3. Ускорение точки A вращающегося звена состоит из нормальной и касательной (тангенциальной) составляющих (рис. 3.3)

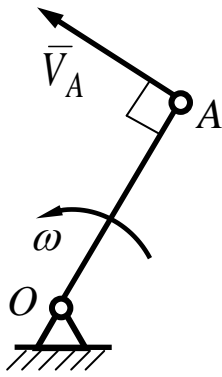


Рис. 3.2

$$\bar{a}_A = \bar{a}_A^n + \bar{a}_A^\tau. \quad (4.2)$$

Здесь модули нормальной и тангенциальной составляющих ускорения вычисляются по формулам

$$a_A^n = \omega^2 R; \quad (4.3)$$

$$a_A^\tau = \varepsilon R. \quad (4.4)$$

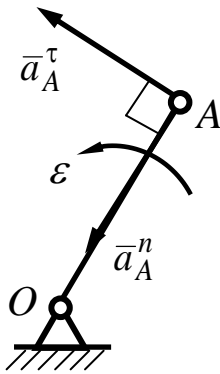


Рис. 3.3

Вектор \bar{a}_A^n нормального ускорения направлен от данной точки A к оси вращения.

Вектор \bar{a}_A^τ касательного ускорения перпендикулярен вектору нормального ускорения и направлен в соответствии с направлением углового ускорения данного звена.

4. Для звеньев механизма совершающих плоскопараллельное движение, скорости соответствующих точек рекомендуется определять используя понятие о мгновенном центре скоростей.

В общем случае мгновенный центр C_V скоростей находится в точке пересечения перпендикуляров к скоростям двух точек плоского тела (рис. 3.4).

Мгновенная угловая скорость звена AB равна

$$\omega_{AB} = \frac{V_A}{AC_V}.$$

При этом скорость точки B звена AB определяется по формуле

$$V_B = \omega_{AB} BC_V.$$

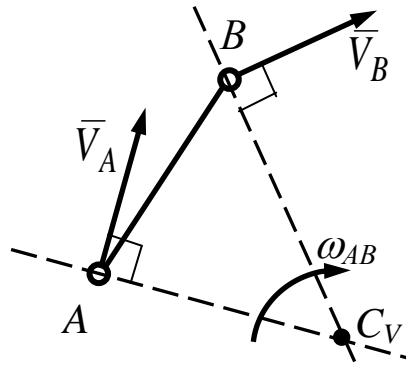


Рис. 3.4

5. Движение звена механизма, совершающего плоскопараллельное движение, можно рассматривать состоящим из поступательного движения вместе с произвольно выбранной точкой (полюсом A) и вращательного движения вокруг этого полюса. Тогда ускорение произвольной точки B звена можно определить по формуле (рис. 3.5)

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^\tau,$$

где \bar{a}_A – ускорение полюса A ; \bar{a}_{BA}^n , \bar{a}_{BA}^τ – нормальная и касательная составляющие ускорения точки B при относительном вращении звена AB вокруг полюса A .

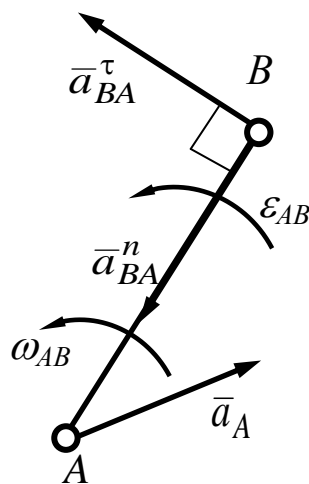


Рис. 3.5

Таблица 3.1

Варианты числовых значений задания №3

№ Вар.	№ Подвар.	ω , рад/с	ε , рад/с ²	φ , град	α , град	АО, см	АВ, см	ВС, см	CD, см
1	1	3	1	30	-	10	80	40	-
	2	5	4	45	-	15	40	20	-
	3	10	5	60	-	20	120	60	-
	4	20	6	75	-	30	100	50	-
	5	5	-2	90	-	25	75	25	-
	6	2	-5	120	-	35	70	10	-
2	1	3	1	90	-	10	80	-	-
	2	5	-4	80	-	15	40	-	-
	3	10	5	70	-	20	120	-	-
	4	20	6	60	-	30	100	-	-
	5	5	-2	50	-	35	75	-	-
	6	2	-5	40	-	40	40	-	40
3	1	3	1	30	-	10	-	-	50
	2	5	-4	45	-	15	-	-	40
	3	10	-5	60	-	20	-	-	60
	4	20	6	75	-	30	-	-	100
	5	5	-2	15	-	25	-	-	50
	6	2	-5	90	-	35	-	-	70
4	1	1	-3	15	120	80	30	-	50
	2	5	-4	45	150	100	40	-	60
	3	10	5	60	120	120	50	-	70
	4	20	6	30	120	140	60	-	90
	5	5	2	45	150	160	70	-	100
	6	2	-5	90	120	180	80	-	80
5	1	3	-1	30	-	60	20	60	80
	2	5	4	45	-	50	10	50	100
	3	10	-5	60	-	50	20	50	120
	4	20	6	75	-	30	10	30	30
	5	5	-2	90	-	70	30	70	90
	6	2	-5	15	-	40	15	40	40

Продолжение табл. 3.1

№ Вар.	№ Подвар.	ω , рад/с	ε , рад/с ²	φ , град	α , град	АО, см	АВ, см	ВС, см	CD, см
6	1	1	-3	30	120	30	15	50	-
	2	3	2	45	30	50	20	100	-
	3	10	5	60	150	40	25	80	-
	4	4	-6	75	60	40	30	90	-
	5	5	2	90	120	60	40	70	-
	6	2	5	15	90	80	50	100	-
7	1	3	-8	30	-	20	120	60	-
	2	5	4	45	-	40	80	40	-
	3	10	-5	60	-	50	60	20	-
	4	7	10	75	-	10	40	10	-
	5	5	6	15	-	30	100	50	-
	6	2	-5	90	-	60	90	25	-
8	1	3	-10	90	90	10	30	10	-
	2	2	4	80	120	15	40	20	-
	3	5	-15	70	30	20	90	60	-
	4	4	6	60	45	30	100	50	-
	5	5	8	75	60	35	50	40	-
	6	2	7	30	75	40	40	30	-
9	1	3	-5	15	90	50	20	20	-
	2	3	5	30	90	100	30	30	-
	3	5	10	45	75	80	15	15	-
	4	4	-6	60	75	25	8	8	-
	5	2	-8	75	90	70	25	25	-
	6	6	15	90	120	30	10	10	-
10	1	3	8	45	-	20	120	-	-
	2	5	-4	60	-	40	80	-	-
	3	1	-5	75	-	25	150	-	-
	4	4	10	30	-	15	70	-	-
	5	5	-10	15	-	30	100	-	-
	6	2	-5	90	-	25	75	-	-

Продолжение табл. 3.1

№ Вар.	№ Подвар.	ω , рад/с	ε , рад/с ²	φ , град	α , град	АО, см	АВ, см	ВС, см	CD, см
11	1	-	-	60	-	-	60	40	60
	2	-	-	45	-	-	50	30	50
	3	-	-	15	-	-	40	20	40
	4	-	-	75	-	-	30	15	30
	5	-	-	30	-	-	60	30	60
	6	-	-	20	-	-	100	50	100
12	1	10	-15	30	120	30	15	50	-
	2	3	8	45	30	50	20	100	-
	3	1	-5	60	150	40	25	80	-
	4	4	6	75	60	40	30	90	-
	5	3	-10	90	120	60	40	70	-
	6	2	10	15	90	80	50	100	-
13	1	2	-5	45	-	10	60	25	-
	2	3	5	60	-	20	50	20	-
	3	1	3	75	-	30	100	30	-
	4	4	-6	30	-	40	80	40	-
	5	2	8	90	-	60	90	25	-
	6	6	15	15	-	50	70	50	-
14	1	5	-10	90	90	10	20	5	-
	2	2	5	80	120	50	75	10	-
	3	5	15	70	60	20	40	15	-
	4	3	6	60	45	30	60	20	-
	5	5	-8	75	150	40	80	25	-
	6	2	7	45	75	15	15	5	-
15	1	2	-10	60	60	70	40	40	-
	2	3	5	45	15	50	25	25	-
	3	1	-3	60	30	100	30	30	-
	4	4	8	75	90	80	50	50	-
	5	2	10	30	30	40	30	30	-
	6	3	-5	90	45	60	50	50	-

Продолжение табл. 3.1

№ Вар.	№ Подвар.	ω , рад/с	ε , рад/с ²	φ , град	α , град	АО, см	АВ, см	ВС, см	CD, см
16	1	4	-5	60	-	35	-	-	70
	2	3	5	45	-	10	-	-	30
	3	6	-10	30	-	30	-	-	60
	4	4	-6	90	-	20	-	-	40
	5	2	10	15	-	15	-	-	30
	6	6	15	75	-	25	-	-	50
17	1	4	10	75	120	10	20	-	20
	2	3	-5	45	105	12	30	-	10
	3	2	-3	30	150	5	15	-	10
	4	10	20	60	135	20	35	-	40
	5	2	10	90	120	15	30	-	30
	6	5	-10	60	105	10	30	-	25
18	1	2	-5	90	120	20	60	-	40
	2	3	5	45	135	10	30	-	20
	3	1	3	60	150	30	40	-	10
	4	4	-6	30	105	40	50	-	30
	5	2	8	90	120	50	60	-	20
	6	6	15	75	105	60	70	-	16
19	1	2	4	60	60	15	40	10	-
	2	3	5	75	120	20	50	15	-
	3	1	3	45	135	10	20	20	-
	4	4	-8	15	150	25	10	5	-
	5	2	10	90	90	30	30	20	-
	6	3	-5	30	0	35	60	25	-
20	1	2	-10	45	-	10	20	5	-
	2	3	5	30	-	30	40	10	-
	3	1	-3	60	-	15	30	10	-
	4	4	8	15	-	20	40	40	-
	5	2	10	75	-	25	50	15	-
	6	3	-5	90	-	35	70	10	-

Продолжение табл. 3.1

№ Вар.	№ Подвар.	ω , рад/с	ε , рад/с ²	φ , град	α , град	АО, см	АВ, см	ВС, см	CD, см
21	1	2	5	60	-	15	-	-	15
	2	3	-5	90	-	25	-	-	30
	3	1	-3	75	-	30	-	-	40
	4	4	6	45	-	20	-	-	50
	5	2	8	60	-	35	-	-	60
	6	6	15	30	-	40	-	-	70
22	1	4	-6	45	-	15	15	-	-
	2	2	8	60	-	20	20	-	-
	3	6	15	30	-	25	25	-	-
	4	2	-4	15	-	30	30	-	-
	5	3	5	30	-	35	35	-	-
	6	1	3	75	-	40	40	-	-
23	1	-	-	30	-	-	40	20	40
	2	-	-	45	-	-	30	5	30
	3	-	-	60	-	-	20	15	20
	4	-	-	75	-	-	15	10	15
	5	-	-	15	-	-	35	25	35
	6	-	-	20	-	-	50	10	50
24	1	2	-10	60	-	20	70	-	-
	2	3	5	75	-	15	30	-	-
	3	1	3	90	-	30	50	-	-
	4	4	-8	105	-	50	80	-	-
	5	2	10	120	-	40	60	-	-
	6	3	5	135	-	25	40	-	-
25	1	3	-5	45	10	5	15	15	30
	2	1	3	60	20	10	30	30	60
	3	2	4	30	30	15	45	45	90
	4	3	5	15	40	20	60	60	120
	5	1	-3	90	50	25	75	75	150
	6	4	8	75	45	30	90	90	180

№ Вар.	№ Подвар.	ω , рад/с	ε , рад/с ²	φ , град	α , град	АО, см	АВ, см	ВС, см	CD, см
26	1	4	-8	30	-	20	40	30	-
	2	2	10	60	-	25	50	35	-
	3	3	5	45	-	15	30	25	-
	4	3	-5	30	-	10	20	15	-
	5	1	3	75	-	30	60	10	-
	6	2	4	15	-	35	70	40	-
27	1	3	5	75	90	50	20	20	-
	2	1	-3	60	135	40	30	30	-
	3	2	4	45	120	80	40	15	-
	4	5	5	15	105	40	50	8	-
	5	1	3	30	75	20	60	25	-
	6	4	-8	90	120	30	70	10	-
28	1	1	3	75	120	20	60	-	40
	2	2	-4	60	135	10	30	-	20
	3	3	5	15	150	25	40	-	10
	4	1	-3	30	105	15	50	-	30
	5	2	4	90	120	30	70	-	50
	6	5	-5	45	105	35	80	-	60
29	1	8	15	60	-	10	10	20	10
	2	4	8	15	-	15	15	30	15
	3	12	20	30	-	40	40	80	40
	4	10	-15	60	-	30	30	60	30
	5	8	10	45	-	20	20	40	20
	6	15	20	75	-	25	25	50	25
30	1	2	5	45	-	20	40	-	-
	2	5	15	60	-	25	50	-	-
	3	8	-8	15	-	15	30	-	-
	4	4	20	30	-	10	20	-	-
	5	12	-15	75	-	35	70	-	-
	6	10	10	90	-	30	60	-	-

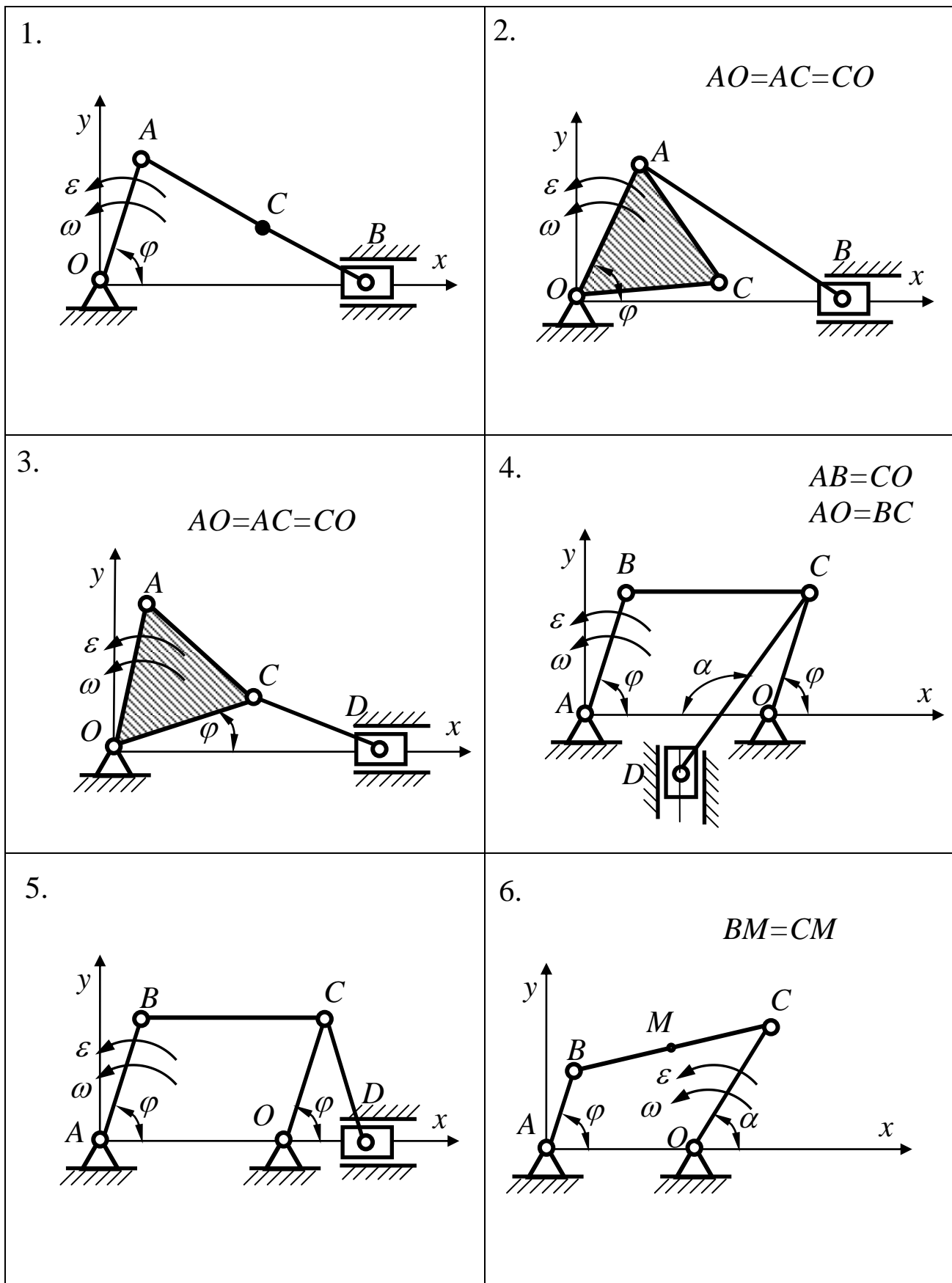
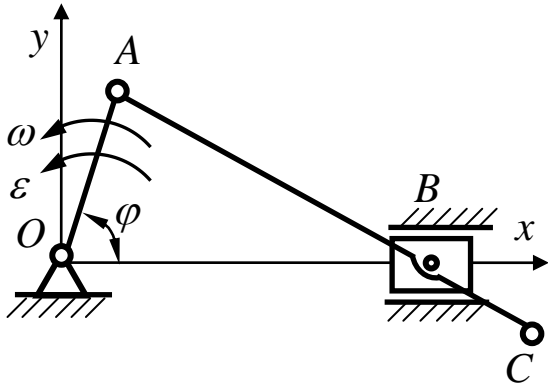
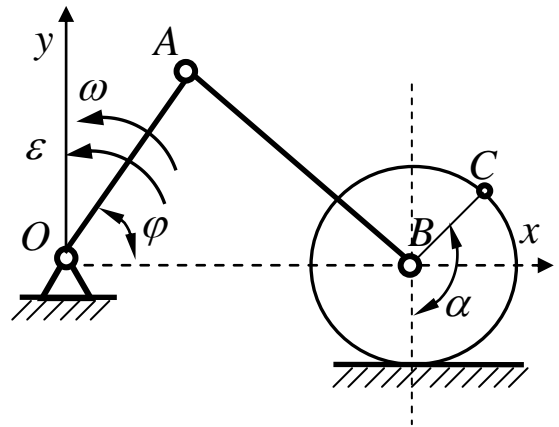


Рис. 3.1

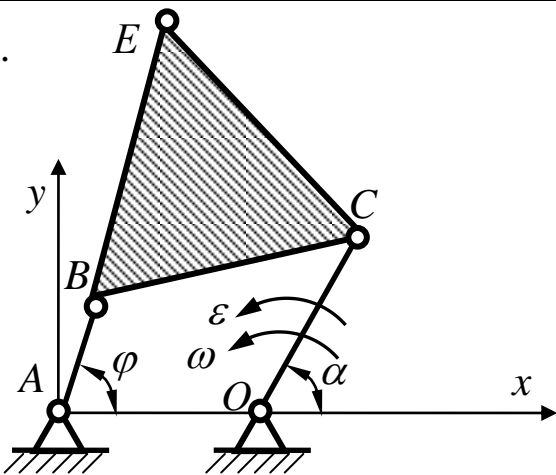
7.



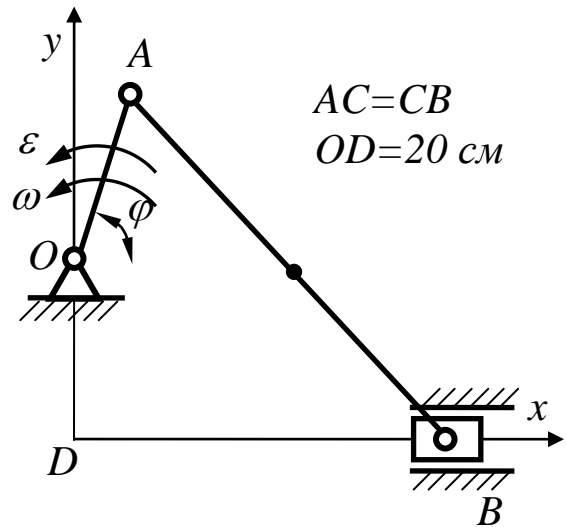
8.



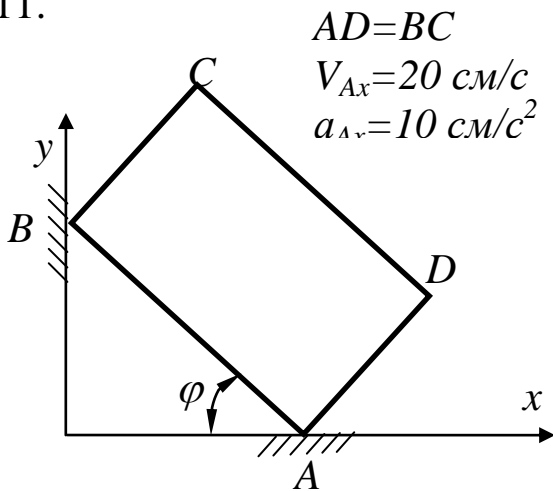
9.



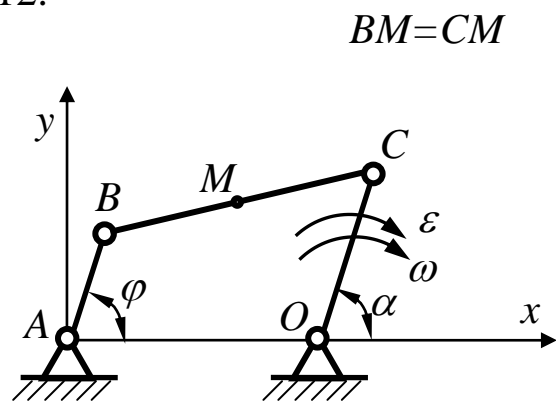
10.



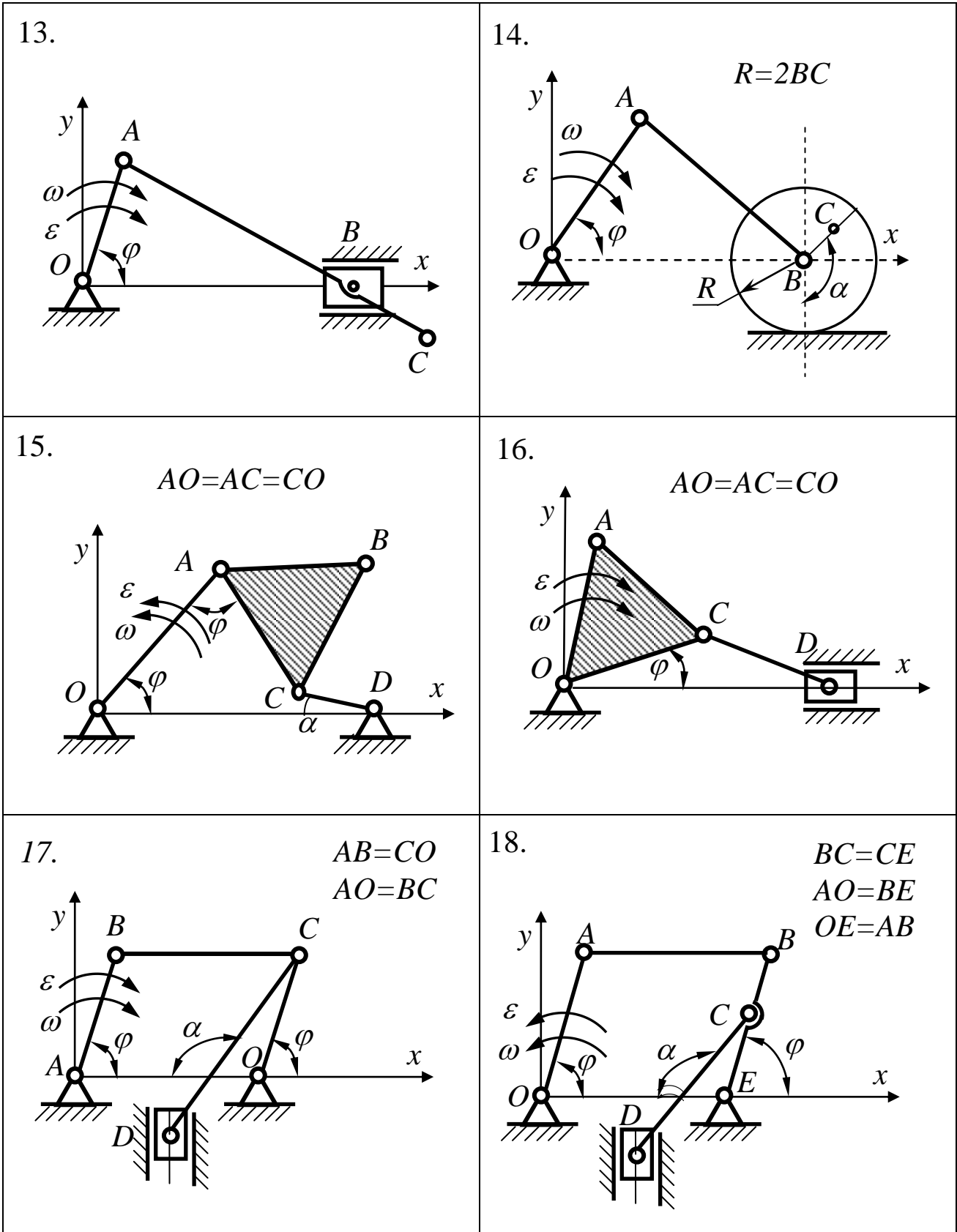
11.



12.

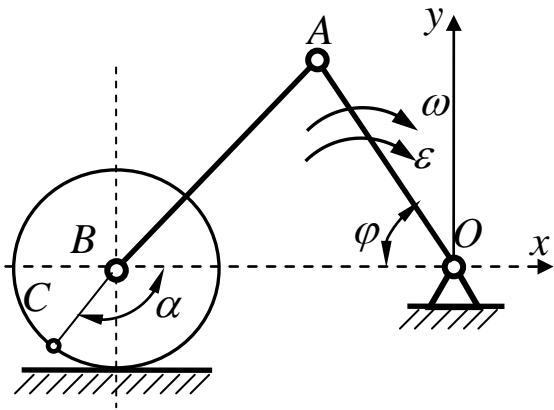


Продолжение рис 3.1

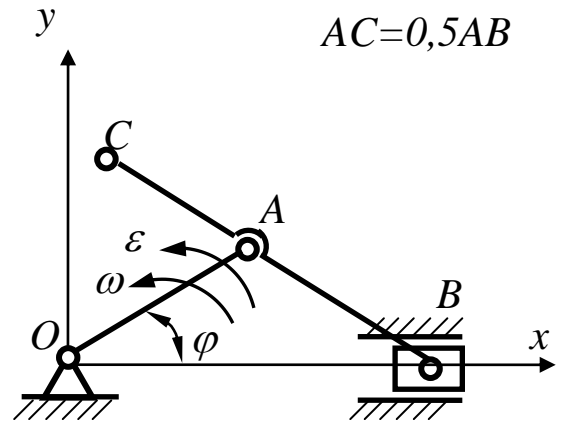


Продолжение рис 3.1

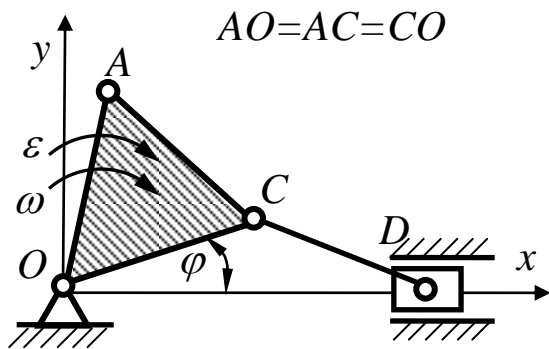
19.



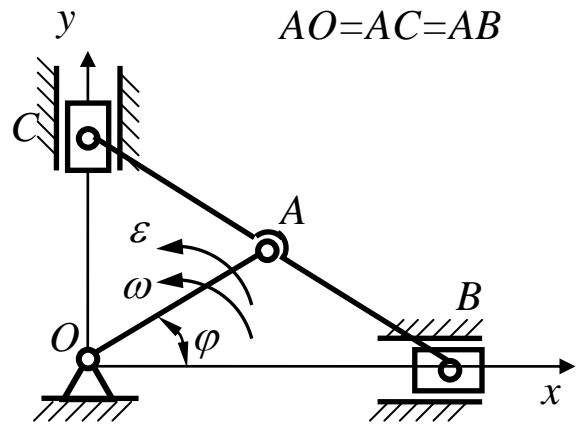
20.



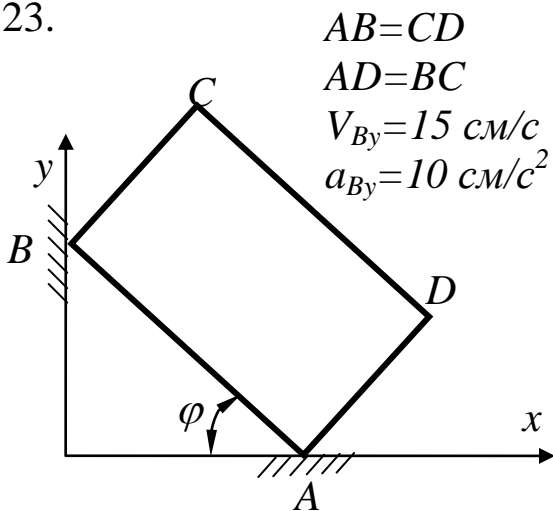
21.



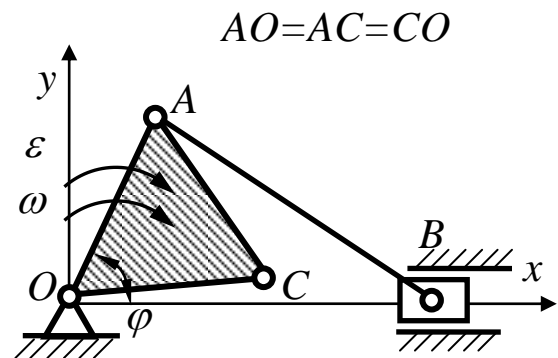
22.



23.

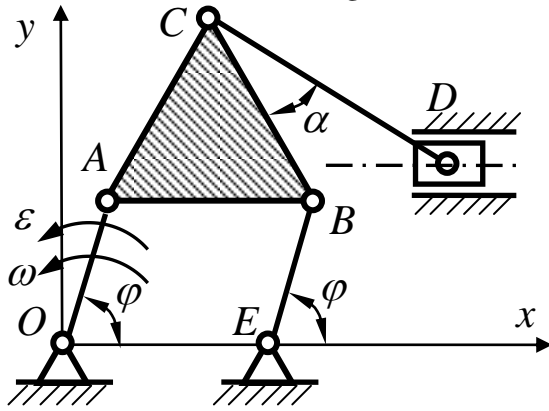


24.



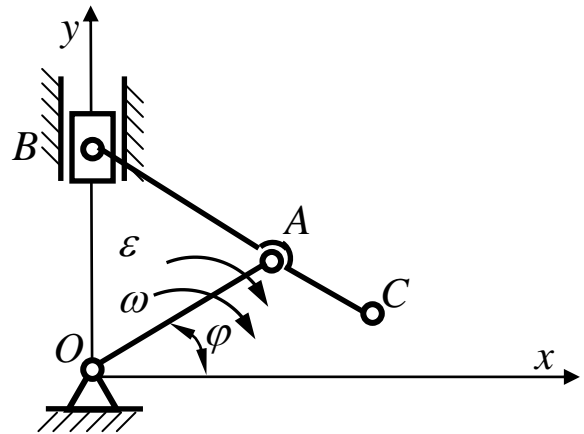
Продолжение рис 3.1

25.

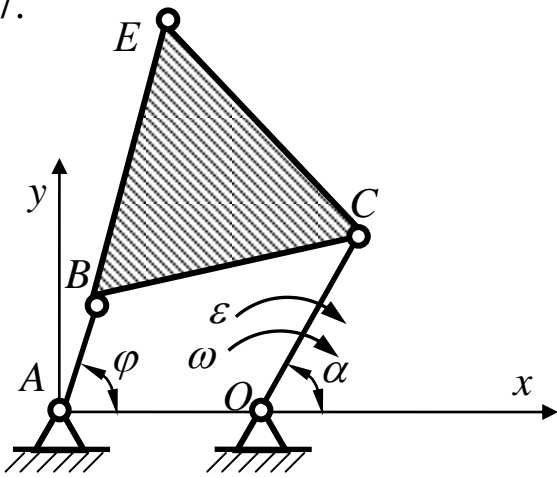


$AO=BE$
 $OE=AB$

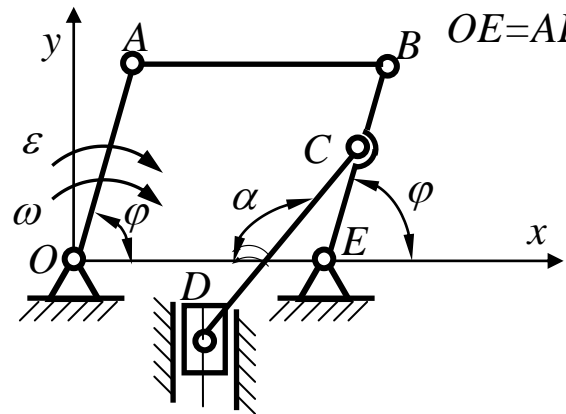
26.



27.

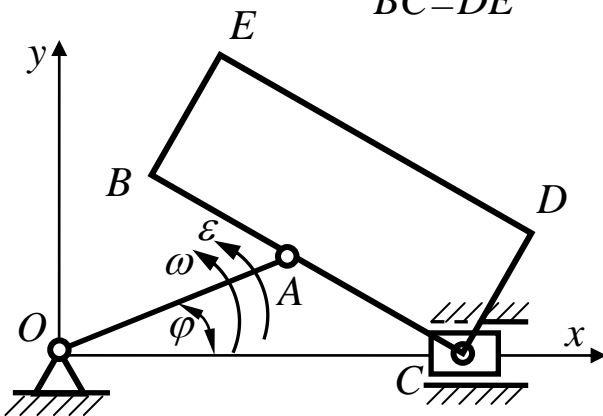


28.



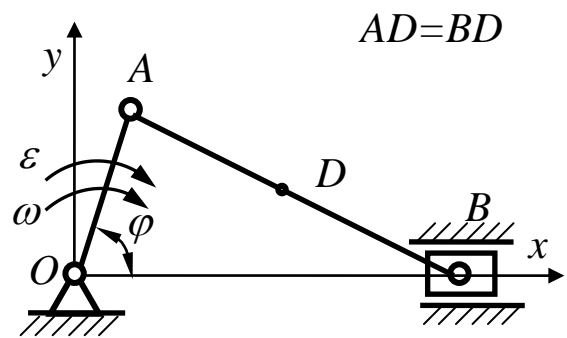
$BC=CE;$
 $AO=BE;$
 $OE=AB$

29.



$BE=AB=AC=CD$
 $BC=DE$

30.



$AD=BD$

Окончание рис. 3.1

3.3. Пример выполнения задания №3

Найти скорости и ускорения ползуна B , точек A и M шатуна AB нецентрального кривошипно-ползунного механизма, когда кривошип OA образует с горизонтальной осью угол 30° (рис.3.6). В рассматриваемый момент времени вращение кривошипа происходит с угловой скоростью $\omega_{OA}=1,5$ рад/с и угловым ускорением $\varepsilon_{OA}=2$ рад/с², а $OA=0,4$ м, $AB=0,8$ м, $AM=0,2$ м, $OC=0,2$ м.

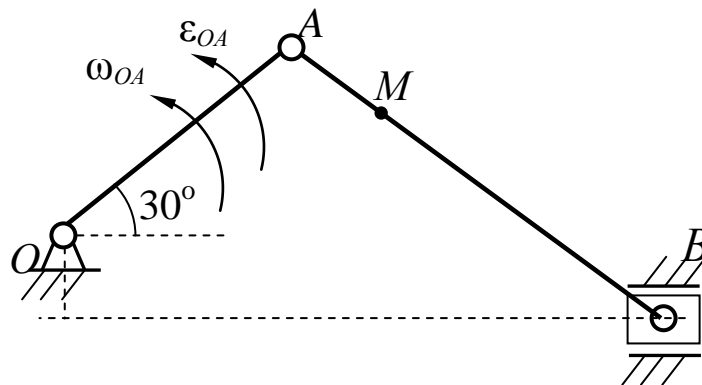


Рис. 3.6

Решение.

Расчет скоростей

Точка A механизма принадлежит кривошипу OA и шатуну AB . Кривошип OA вращается вокруг оси O с угловой скоростью ω_{OA} , поэтому скорость точки A равна:

$$V_A = \omega_{OA} \cdot OA = 1,5 \cdot 0,4 = 0,6 \text{ м/с.}$$

Вектор \vec{V}_A скорости точки A направлен перпендикулярно кривошипу OA в сторону его вращения.

Точка B механизма является общей для шатуна AB и ползуна B . Поскольку ползун B движется в горизонтальных направляющих, то его, скорость V_B направлена вдоль оси Bx . Строим перпендикуляры к скоростям в точках A и B шатуна: их точка пересечения совпадает с мгновенным центром скоростей C_V шатуна AB . Векторы скоростей точек изображены на рис. 3.7.

Для продолжения расчета скоростей необходимо вычислить длины прямолинейных отрезков AC_V , BC_V и MC_V .

Из прямоугольного треугольника OAE имеем:

$$AE = OA \cdot \sin 30^\circ = 0,4 \cdot 0,5 = 0,2 \text{ м.}$$

Из рис. 3.6 видно что:

$$AD = AE + DE = 0,2 + 0,2 = 0,4 \text{ м.}$$

Треугольник ABD – прямоугольный, поэтому:

$$\sin \alpha = \frac{AD}{AB} = \frac{0,4}{0,8} = 0,5,$$

то есть угол $\alpha = 30^\circ$.

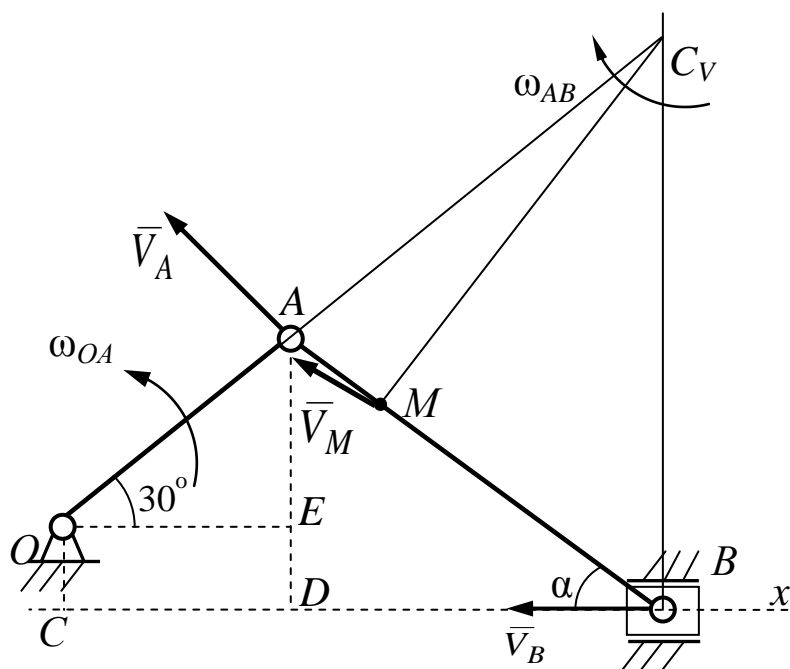


Рис. 3.7

Из построений, приведенных на рис. 4.7, видно также, что: $\angle ABC_V = \angle BAC_V = 60^\circ$, поэтому треугольник ABC_V – равносторонний, следовательно,

$$AC_V = BC_V = AB = 0,8 \text{ м.}$$

Мгновенную угловую скорость ω_{AB} вращения шатуна AB вычисляем по формуле:

$$\omega_{AB} = \frac{V_A}{AC_V} = \frac{0,6}{0,8} = 0,75 \text{ рад/с.}$$

Модуль скорости ползуна B равен

$$V_B = \omega_{AB} \cdot BC_V = 0,75 \cdot 0,8 = 0,6 \text{ м/с.}$$

Вектор \bar{V}_B скорости ползуна B направлен в отрицательную сторону оси Bx .

Из треугольника AMC_V по теореме косинусов имеем:

$$\begin{aligned} MC_V &= \sqrt{AC^2 + AM^2 - 2AC \cdot AM \cos 60^\circ} = \\ &= \sqrt{0,8^2 + 0,2^2 - 2 \cdot 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,5} \approx 0,721 \text{ м.} \end{aligned}$$

Скорость V_M точки M находим по формуле:

$$V_M = \omega_{AB} \cdot MC_V = 0,75 \cdot 0,721 \approx 0,541 \text{ м/с.}$$

Вектор \bar{V}_M скорости точки M направлен перпендикулярно отрезку прямой MC_V (рис. 3.7).

Расчет ускорений

Ускорение \bar{a}_A точки A кривошипа OA равно векторной сумме касательного \bar{a}_A^τ и нормального \bar{a}_A^n ускорений:

$$\bar{a}_A = \bar{a}_A^\tau + \bar{a}_A^n.$$

Модули касательного и нормального ускорений точки A вычисляем по формулам:

$$a_A^\tau = |\varepsilon_{OA}| \cdot OA = 2 \cdot 0,4 \approx 0,8 \text{ м/с}^2;$$

$$a_A^n = \omega_{OA}^2 \cdot OA = 1,5^2 \cdot 0,4 \approx 0,9 \text{ м/с}^2.$$

Вектор \bar{a}_A^τ касательного ускорения точки A перпендикулярен кривошипу OA и его направление совпадает с вектором V_A скорости точки A , так как кривошип вращается ускоренно. Что же касается вектора \bar{a}_A^n нормального ускорения точки A , то он направлен вдоль кривошипа OA к его оси вращения O (рис. 3.8). Очевидно, что модуль ускорения точки A определится по теореме Пифагора:

$$a_A = \sqrt{(a_A^\tau)^2 + (a_A^n)^2} = \sqrt{0,8^2 + 0,9^2} \approx 1,2 \text{ м/с}^2.$$

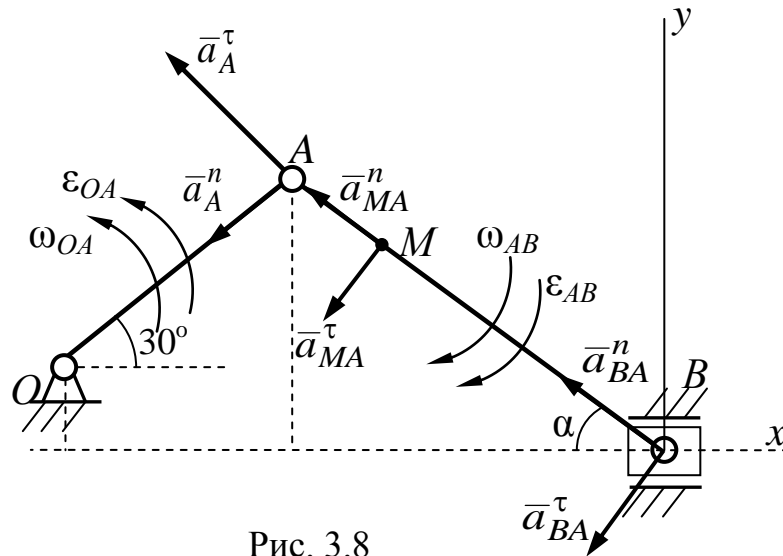


Рис. 3.8

Шатун AB совершает плоское движение. Возьмем за полюс точку A шатуна и запишем векторное равенство, определяющее ускорение точки B шатуна:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A^\tau + \bar{a}_A^n + \bar{a}_{BA}^\tau + \bar{a}_{BA}^n. \quad (3.1)$$

Модули касательного a_{BA}^τ и нормального a_{BA}^n ускорений точки B вокруг полюса A определяем по формулам:

$$a_{BA}^\tau = \varepsilon_{AB} \cdot AB = 0,8 \varepsilon_{AB}.$$

$$a_{BA}^n = \omega_{AB}^2 \cdot AB = 0,75^2 \cdot 0,8 = 0,45 \text{ м/с}^2.$$

Векторы \bar{a}_{BA}^τ и \bar{a}_{BA}^n изображены на рис. 3.8. Ориентация вектора \bar{a}_{BA}^τ соответствует принятому ускоренному вращению (ε_{AB}) шатуна AB .

Для определения мгновенного углового ускорения ε_{AB} шатуна AB используется то обстоятельство, что вектор \bar{a}_B ускорения ползуна B направлен вдоль оси Bx , поэтому $a_{By}=0$. Проецируя обе части векторного равенства (3.1) на ось Bu , будем иметь:

$$0 = a_A^\tau \cos 30^\circ - a_A^n \cos 60^\circ + a_{BA}^n \cos 60^\circ - a_{BA}^\tau \cos 30^\circ,$$

откуда:

$$a_{BA}^{\tau} = \frac{a_A^{\tau} \sqrt{3} - a_A^n + a_{BA}^n}{\sqrt{3}} = \frac{0,8 \cdot \sqrt{3} - 0,9 + 0,45}{\sqrt{3}} \approx 0,934 \text{ м/с}^2.$$

Тогда:

$$\varepsilon_{AB} = \frac{a_{BA}^{\tau}}{AB} = \frac{0,934}{0,8} \approx 1,17 \text{ рад/с}^2.$$

Полученное положительное значение мгновенного углового ускорения ε_{AB} свидетельствует о том, что принятое для него на рис. 3.8 направление соответствует действительному.

Проекция a_{Bx} ускорения ползуна B на ось Bx равна:

$$\begin{aligned} a_{Bx} &= -a_A^{\tau} \cos 60^{\circ} - a_A^n \cos 30^{\circ} + a_{BA}^{\tau} \cos 60^{\circ} - a_{BA}^n \cos 30^{\circ} = \\ &= -0,8 \cdot 0,5 - 0,9 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 0,934 \cdot 0,5 - 0,45 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \approx -2,04 \text{ м/с}^2. \end{aligned}$$

Поскольку проекция $a_{By}=0$, то $a_B = |a_{Bx}| = 2,04 \text{ м/с}^2$.

Очевидно, что вектор a_B ускорения ползуна B ориентирован в отрицательном направлении оси Bx .

Для определения ускорения точки M (точка A – полюс) имеем

$$\bar{a}_M = \bar{a}_A^{\tau} + \bar{a}_A^n + \bar{a}_{MA}^{\tau} + \bar{a}_{MA}^n. \quad (3.2)$$

Модули касательного a_{MA}^{τ} и нормального a_{MA}^n ускорений точки M вокруг полюса A равны:

$$a_{MA}^{\tau} = \varepsilon_{AB}^2 \cdot AM = 1,17 \cdot 0,2 = 0,234 \text{ м/с}^2.$$

$$a_{MA}^n = \omega_{AB}^2 \cdot AM = 1,75^2 \cdot 0,2 = 0,112 \text{ м/с}^2.$$

Векторы \bar{a}_{MA}^{τ} и \bar{a}_{MA}^n изображены на рис. 3.8.

Проецируя обе части векторного равенства (3.2) на координатные оси, получаем:

$$\begin{aligned} a_{Mx} &= -a_A^{\tau} \cos 60^{\circ} - a_A^n \cos 30^{\circ} - a_{MA}^{\tau} \cos 60^{\circ} - a_{MA}^n \cos 30^{\circ} = \\ &= -0,8 \cdot 0,5 - 0,9 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 0,234 \cdot 0,5 - 0,112 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \approx -1,39 \text{ м/с}^2. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a_{My} &= a_A^\tau \cos 30^\circ - a_A^n \cos 60^\circ - a_{MA}^\tau \cos 30^\circ + a_{MA}^n \cos 60^\circ = \\
 &= 0,8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 0,9 \cdot 0,5 - 0,234 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 0,112 \cdot 0,5 \approx 0,0962 \text{ м/с}^2.
 \end{aligned}$$

Таким образом, модуль ускорения точки М равен:

$$a_M = \sqrt{(a_{Mx})^2 + (a_{My})^2} = \sqrt{(-1,39)^2 + 0,0962^2} \approx 1,393 \text{ м/с}^2.$$

4. Требования, предъявляемые к выполнению и оформлению расчетно-графической работы

Каждая РГР выполняется на сброшюрованных листах формата А4, строго по варианту назначенному преподавателем. Первый лист является титульным. Пример заполнения титульного листа приведен в приложении.

Все страницы должны иметь поля: слева – 20 мм, справа – 5 мм, сверху – 5 мм, снизу – 5 мм.

Перед выполнением задания необходимо записать его условие, выбранные исходные данные и в соответствии с ними изобразить расчетную схему.

Решение записывается подробно и аккуратно со всеми вычислениями, вспомогательными чертежами и пояснениями. Требуемые величины находятся сначала в алгебраической форме и записываются в виде формулы. Затем в эту формулу подставляются известные числовые величины в соответствии с их позицией в формуле и после знака равенства записывается результат и его размерность. Промежуточные вычисления при этом опускаются. Вычисления проводятся с точностью до третьей либо четвертой значащей цифры.

Расчетные схемы рисуются крупно на отдельной странице с помощью чертежных инструментов, строго в масштабе, с указанием всех размеров, числовых данных и осей. Углы должны вычерчиваться точно с использованием транспортира. Многие величины, определяемые в ходе решения задач, являются векторными, поэтому

следует определить не только их модули, но и построить (изобразить) эти векторы на рисунках.

Пометки, сделанные преподавателем при проверке не убираются. Следует иметь в виду, что преподаватель при проверке работы отмечает, как правило, лишь место появления ошибки и ее характер.

Разобравшись по учебнику с теоретическим материалом, студент должен исправить допущенную ошибку, а затем внести исправления во все расчеты, оказавшиеся ошибочными, начиная с места появления ошибки и до конца решения задачи.

К исправленной работе должен прилагаться ее первоначальный вариант.

Работа считается зачтенной только после ее *защиты* преподавателю, проводимой в форме собеседования.

Работа, не соответствующая своему варианту, или выполненная с нарушением изложенных требований, не засчитывается и возвращается для исправления.

Список литературы

1. Бутенин Н. В., Лунц Я. Б., Меркин Д. Р. Курс теоретической механики. – СПб.: Издательство «Лань», 2008. – 729 с.
2. Дронг В. И. и др. под ред. Колесникова К. С. Курс теоретической механики. – М.: Из-во МГТУ им. Баумана Н.Э., 2011. – 758 с.
3. Никитин Н. Н. Курс теоретической механики. М.: Высш. школа. 2003. – 719 с.
4. Яблонский А. А., Никифорова В. М. Курс теоретической механики. – М.: КноРус, 2011 – 680 с.

Приложение

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
Уфимский государственный авиационный технический университет

Кафедра теоретической механики

Расчетно-графическая работа Название РГР

Вариант №

№ группы	Должность	Ф.И.О.	Дата	Подпись
Выполнил	студент			
Проверил	доцент			
Принял	доцент			

Уфа 2015