

Методические указания для выполнения РГР на тему: «Проектирование слоистого 9-тислового композита, определение его физико-механических характеристик и послойный анализ прочности КМ при растяжении»

Цель работы:

Спроектировать 9-тислоный композит, определить его физико-механические характеристики, провести послойный анализ прочности композита при растяжении, сделать выводы о его работоспособности.

Частные задачи:

- 1) Определить упругие, прочностные и термоупругие характеристики однонаправленного слоя КМ (в главных осях упругости);
- 2) Определить упругие, прочностные и термоупругие характеристики слоистого КМ;
- 3) Провести послойный анализ прочности слоистого КМ с определением коэффициента запаса прочности каждого слоя;
- 4) Сделать выводы о работоспособности композита при заданных нагрузках и рекомендации об оптимизации структуры для более благоприятного восприятия поля внешних нагрузок.

1.1 Расчет упругих характеристик однонаправленного слоя

В соответствии с заданным вариантом рассчитать механические свойства однонаправленного слоя.

Номер варианта включает в себя 5 цифр, например **4.8.9.30.8**:

- первая цифра означает номер армирующего материала из таблицы 1.1;
- вторая – номер матричного материала из таблицы 1.2;
- третья – значение коэффициента армирования из таблицы 1.3;
- четвертая – толщины и углы укладки слоев из таблицы приложения П.1;
- пятая – нагрузки и угол вырезки образцов из таблицы 5.1.

Таблица 1.1

Механические характеристики армирующих волокон

Упругие и прочностные характеристики	Вариант			
	1	2	3	4
	Стеклонить	Угленить	Органонить	Бороволокно
E_{61} , ГПа	70-80	300-700	130-140	300-400
E_{62} , ГПа	70-80	9	130-140	300-400
G_{612} , ГПа	24	12	20	100
ν_{612}	0,22	0,15	0,25-0,35	0,11
Прочность при растяжении, $\bar{\sigma}_{в1}^+$, МПа	2500	2400-3500	2000-2500	3000-3500
Прочность при сжатии, $\bar{\sigma}_{в1}^-$, МПа	-	-	-	-
Предельное удлинение, %	3,0-3,5	1,0	2-4	$\leq 1,0$
Продольный коэффициент линейного термического расширения $\alpha_{61} \cdot 10^6 1/^\circ C$	5-10	-0,5	2-3	7
Поперечный КЛТР $\alpha_{62} \cdot 10^6 1/^\circ C$	5-10	5	2-3	7
Плотность ρ_B , г/см ³	2,45-2,55	1,7-1,9	1,44	2,7

Прочность при сжатии для волокон отсутствует по определению, т.к. воспринимать сжимающие нагрузки волокна могут только в составе композита. В первом приближении можно принять $\bar{\sigma}_{\text{вл}}^- = \frac{\bar{\sigma}_{\text{вл}}^+}{2}$.

Таблица 1.2

Механические характеристики связующих

Упругие и прочностные характеристики	Вариант							
	1	2	3	4	5	6	7	8
	Полиэфирное связующее	Эпоксидное связующее	Эпоксифенольное связующее	Фенолформальдегидное связующее	Полипропилен	Полиимидное связующее	Алюминиевый сплав	Магний сплав
E_m , ГПа	2,1-4,6	2,8-4,2	2,8-4,1	2,8-4,6	2	4	70	40
G_m , ГПа	1,0-1,9	0,8-1,5	1,1-1,6	1,0-1,4	-	-	-	-
ν_m	0,35-0,42	0,34-0,4	0,33-0,4	0,35	0,4	0,4	0,34	0,3-0,35
Прочность при растяжении, $\bar{\sigma}_m^+$, МПа	42-70	28-91	33-86	42-63	25-40	100	100-480	120-200
Прочность при сжатии, $\bar{\sigma}_m^-$, МПа	-	-	-	-	-	114	-	-
Прочность при сдвиге, $\bar{\tau}_m$, МПа	-	-	-	-	-	-	-	-
КЛТР $\alpha_m \cdot 10^6$ 1/°C	55	55	55	55	110	50	25	26
Предельное удлинение, %	6	2-6	1,8-3,2	1,5-2,0	10-20	5	8-12	8-12
Плотность ρ_B , г/см ³	1,2	1,2	1,2	1,2	0,9-0,91	1,2	2,7	1,7

Для изотропных материалов справедливо следующее соотношение между упругими характеристиками:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}. \quad (1.1)$$

Для пластичных материалов $\bar{\sigma}_m^+ = \bar{\sigma}_m^-$; для хрупких $\bar{\sigma}_m^- = (2 \div 3)\bar{\sigma}_m^+$; для сдвиговой прочности в первом приближении можно принять $\bar{\tau}_m = \frac{\bar{\sigma}_m^+}{2}$.

Таблица 1.3

Коэффициенты армирования									
	Вариант								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Ψ_ϵ	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7

Продольный модуль упругости однонаправленного слоя рассчитывается по формуле

$$E_1 = E_{\epsilon 1} \Psi_\epsilon + E_m \Psi_m, \quad (1.2)$$

где $\Psi_\epsilon = \frac{V_B}{V_{KM}}$ – коэффициент армирования, равный отношению объема, занимаемого волокнами, ко всему объему композита; $\Psi_m = 1 - \Psi_\epsilon$.

Коэффициент Пуассона однонаправленного композита определяется по формуле

$$\nu_{12} = \nu_{\epsilon 12} \Psi_\epsilon + \nu_m \Psi_m. \quad (1.3)$$

Здесь первый индекс показывает направление действия внешней силы, а второй – направление поперечной деформации.

Коэффициент Пуассона ν_{21} определяется из условия ортотропности однонаправленного слоя

$$\nu_{12} \cdot E_2 = \nu_{21} \cdot E_1 \quad (1.4)$$

Выражения для определения поперечного модуля упругости и модуля сдвига однонаправленного слоя, полученные по упрощенным формулам, выглядят следующим образом:

$$\frac{1}{E_2} = \frac{\Psi_B}{E_{\epsilon 2}} + \frac{\Psi_m}{E_m} \quad (1.5)$$

$$\frac{1}{G_{12}} = \frac{\Psi_B}{G_{\epsilon 12}} + \frac{\Psi_m}{G_m} \quad (1.6)$$

Выражения для определения поперечного модуля упругости и модуля сдвига однонаправленного слоя, полученные по моделям теории упругости для неоднородной среды, выглядят следующим образом:

$$E_2 = E_M \left[\frac{(1 + \zeta_E \psi_\epsilon) E_{\epsilon 2} + \zeta_E (1 - \psi_\epsilon) E_M}{(1 - \psi_\epsilon) E_{\epsilon 2} + (\zeta_E + \psi_\epsilon) E_M} \right], \quad (1.7)$$

$$G_{12} = G_M \left[\frac{(1 + \zeta_G \psi_\epsilon) G_{\epsilon 12} + \zeta_G (1 - \psi_\epsilon) G_M}{(1 - \psi_\epsilon) G_{\epsilon 12} + (\zeta_G + \psi_\epsilon) G_M} \right]. \quad (1.8)$$

где ζ_E, ζ_G – коэффициенты влияния волокон на жесткость композита. В качестве первого приближения рекомендуется принять значения $\zeta_E = 2, \zeta_G = 1$.

! Необходимо сравнить результаты, полученные по формулам (1.5), (1.6) с результатами, полученными по формулам (1.7), (1.8) и определить погрешность δ в %.

Плотность однонаправленного слоя рассчитывается по формуле

$$\rho = \rho_\epsilon \psi_\epsilon + \rho_M \psi_M. \quad (1.9)$$

1.2 Расчет прочностных характеристик однонаправленного слоя

Формула для определения предела прочности при растяжении при $\bar{\epsilon}_M^+ > \bar{\epsilon}_\epsilon^+$

$$\bar{\sigma}_1^+ = \bar{\sigma}_{B1}^+ \left(\psi_B + \psi_M \frac{E_M}{E_{B1}} \right), \quad (1.10)$$

$$\bar{\sigma}_1^+ = \bar{\sigma}_M^+ \left(\psi_M + \psi_B \frac{E_{B1}}{E_M} \right) \text{ при } \bar{\epsilon}_B^+ > \bar{\epsilon}_M^+ \quad (1.11)$$

Основные уравнения для прочности слоя при сжатии имеют вид:

$$\bar{\sigma}_1^- = \bar{\sigma}_M^- \left(\psi_M + \psi_B \frac{E_{B1}}{E_M} \right), \text{ при } \bar{\epsilon}_B^- > \bar{\epsilon}_M^-, \quad (1.12)$$

$$\bar{\sigma}_1^- = \bar{\sigma}_{B1}^- \left(\psi_B + \psi_M \frac{E_M}{E_{B1}} \right), \text{ при } \bar{\epsilon}_B^- < \bar{\epsilon}_M^-. \quad (1.13)$$

При определенном соотношении упругих характеристик матрицы и волокон формулы (1.12), (1.13) дают чрезмерно завышенные значения прочности. В этом случае рекомендуется воспользоваться соотношением $\bar{\sigma}_1^- = \frac{\bar{\sigma}_1^+}{1,5}$.

Прочность однонаправленного слоя в поперечном направлении при соблюдении условия $E_{B2} > E_{M2}$ определяется по формуле:

$$\bar{\sigma}_2^+ = \frac{\bar{\sigma}_M^+}{K_{22}}, \quad (1.14)$$

$$\bar{\sigma}_2^- = \frac{\bar{\sigma}_M^-}{K_{22}}, \quad (1.15)$$

$$\text{где } K_{22} = \frac{1 - \psi_{\epsilon} \left(1 - \frac{E_M}{E_{\epsilon 2}}\right)}{1 - \left(\frac{4\psi_{\epsilon}}{\pi}\right)^{0,5} \left(1 - \frac{E_M}{E_{\epsilon 2}}\right)}; \quad (1.16)$$

Прочность однонаправленного слоя при внутрислойном сдвиге при соблюдении условия $G_{\text{в}12} > G_{\text{м}12}$ определяется по формуле:

$$\bar{\tau}_{12} = \frac{\bar{\tau}_{\text{м}12}}{K_{12}}, \quad (1.17)$$

$$\text{где } K_{12} = \frac{1 - \psi_{\epsilon} \left(1 - \frac{G_M}{G_{\epsilon 12}}\right)}{1 - \left(\frac{4\psi_{\epsilon}}{\pi}\right)^{0,5} \left(1 - \frac{G_M}{G_{\epsilon 12}}\right)}; \quad (1.18)$$

В случае если $E_{\text{в}2} < E_{\text{м}2}$ и $G_{\text{в}12} < G_{\text{м}12}$, следует воспользоваться следующими выражениями:

$$\bar{\sigma}_2^+ = (0,85 \div 0,95) \bar{\sigma}_M^+, \quad (1.19)$$

$$\bar{\sigma}_2^- = (0,85 \div 0,95) \bar{\sigma}_M^-, \quad (1.20)$$

$$\bar{\tau}_{12} = (0,85 \div 0,95) \bar{\tau}_M, \quad (1.21)$$

1.3 Расчет термоупругих характеристик однонаправленного слоя

Формулы для расчета в первом приближении коэффициента линейного расширения однонаправленного композита имеют вид

$$\alpha_1 = \frac{\alpha_{\epsilon 1} E_{\epsilon 1} \psi_{\epsilon} + \alpha_M E_M (1 - \psi_{\epsilon})}{E_{\epsilon 1} \psi_{\epsilon} + E_M (1 - \psi_{\epsilon})}, \quad (1.22)$$

$$\alpha_2 = \alpha_{\epsilon 2} \psi_{\epsilon} (1 + \nu_{\epsilon 12}) + \alpha_M (1 - \psi_{\epsilon}) (1 + \nu_M) - \alpha_1 [\nu_{\epsilon 12} \psi_{\epsilon} + \nu_M (1 - \psi_{\epsilon})]. \quad (1.23)$$

При проверочном расчете следует воспользоваться другими формулами:

- в направлении армирования:

$$\alpha_1 = \alpha_M - [\alpha_M - \alpha_{\epsilon 1}] \frac{\psi_{\epsilon} E_{\epsilon 1}}{E_1}; \quad (1.24)$$

- в перпендикулярном направлении:

$$\alpha_2 = [1 + \nu_M] \alpha_M \cdot (1 - \psi_{\epsilon}) + \alpha_{\epsilon 1} \psi_{\epsilon} (1 + \nu_{\epsilon 12}) - \alpha_1 [\psi_{\epsilon} \nu_{\epsilon 12} + (1 - \psi_{\epsilon}) \nu_M]; \quad (1.25)$$

! Необходимо сравнить результаты, полученные по формулам (1.22), (1.23) с результатами, полученными по формулам (1.24), (1.25) и определить погрешность δ в %.

2. ПРОЕКТИРОВАНИЕ СЛОИСТОГО КОМПОЗИТА

1. Принимаем структуру композита по толщине симметричной относительно срединной поверхности (слоя) как по углу укладки слоев, так и по толщине, т.е. слою с углом укладки φ_1 и толщиной h_1 , расположенный с одной стороны срединного слоя, должен соответствовать слой с таким же углом укладки φ_1 и толщиной h_1 , расположенный по другую сторону от срединной поверхности на одинаковом расстоянии от нее (рис. 2.1).
2. Структура композита должна удовлетворять второму требованию: каждому слою с углом укладки $+\varphi_i$ должен соответствовать слой по другую сторону от срединного слоя с углом укладки $-\varphi_i$, расположенный на таком же расстоянии от срединного слоя.

Два этих требования по расстоянию удовлетворить не возможно. Как правило, в первую очередь удовлетворяется симметрия укладки.

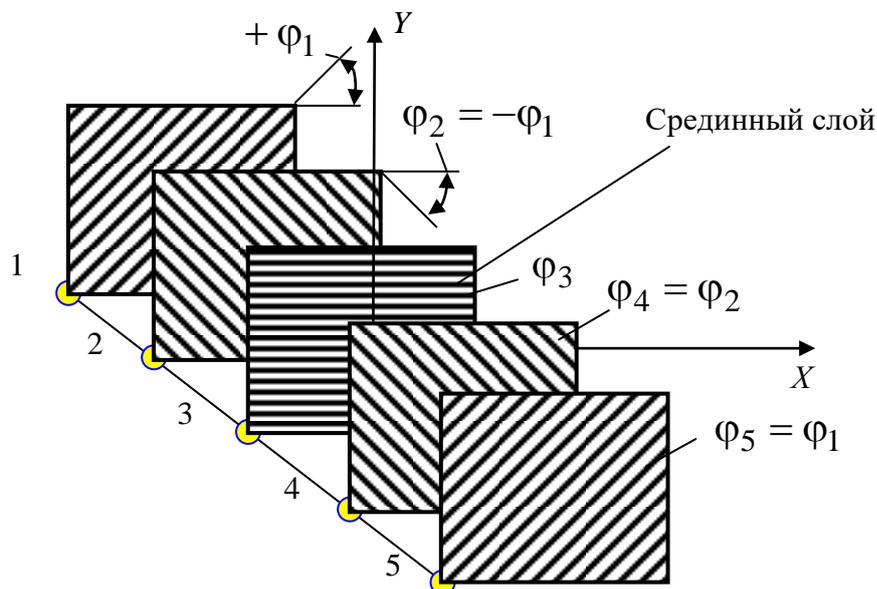


Рис. 2.1 Структура слоистого композита по толщине

3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УПРУГИХ ХАРАКТЕРИСТИК МНОГОСЛОЙНОГО КОМПОЗИТА

Варианты углов укладки и толщин однонаправленных слоев представлены в приложении в табл. П.1.

- Вычисление относительных толщин слоев:

$$\bar{h}_i = \frac{h_i}{\sum_{i=1}^n h_i}, \quad (3.1)$$

- Вычисление коэффициентов обобщенного закона Гука для слоистого элемента:

$$A_{11} = \sum_{i=1}^n \bar{h}_i \left[\frac{E_{1,i}}{1 - \nu_{12,i} \nu_{21,i}} \cos^4 \varphi_i + 2 \frac{E_{1,i} \nu_{21,i}}{1 - \nu_{12,i} \nu_{21,i}} \sin^2 \varphi_i \cos^2 \varphi_i + \frac{E_{2,i}}{1 - \nu_{12,i} \nu_{21,i}} \sin^4 \varphi_i + G_{12,i} \sin^2 2\varphi_i \right]; \quad (3.2)$$

$$A_{12} = \sum_{i=1}^n \bar{h}_i \left[\frac{E_{1,i} + E_{2,i}}{1 - \nu_{12,i} \nu_{21,i}} \sin^2 \varphi_i \cos^2 \varphi_i + \frac{E_{1,i} \nu_{21,i}}{1 - \nu_{12,i} \nu_{21,i}} (\sin^4 \varphi_i + \cos^4 \varphi_i) - G_{12,i} \sin^2 2\varphi_i \right]; \quad (3.3)$$

$$A_{22} = \sum_{i=1}^n \bar{h}_i \left[\frac{E_{1,i}}{1 - \nu_{12,i} \nu_{21,i}} \sin^4 \varphi_i + 2 \frac{E_{1,i} \nu_{21,i}}{1 - \nu_{12,i} \nu_{21,i}} \sin^2 \varphi_i \cos^2 \varphi_i + \frac{E_{2,i}}{1 - \nu_{12,i} \nu_{21,i}} \cos^4 \varphi_i + G_{12,i} \sin^2 2\varphi_i \right]; \quad (3.4)$$

$$A_{66} = \sum_{i=1}^n \bar{h}_i \left[\frac{E_{1,i} + E_{2,i} - 2E_{1,i} \nu_{21,i}}{1 - \nu_{12,i} \nu_{21,i}} \sin^2 \varphi_i \cos^2 \varphi_i + G_{12,i} \cos^2 2\varphi_i \right]. \quad (3.5)$$

$$A_{16} = A_{26} = 0.$$

- Определение упругих характеристик слоистого композита:

$$E_x = A_{11} - \frac{A_{12}^2}{A_{22}}; \quad E_y = A_{22} - \frac{A_{12}^2}{A_{11}}; \quad G_{xy} = A_{66}; \quad (3.6)$$

(E_x - модуль упругости слоистого композита в направлении оси X , E_y - модуль упругости слоистого композита в направлении оси Y , G_{xy} - модуль сдвига в плоскости XY).

- Находим коэффициенты Пуассона ν_{xy} , ν_{yx} :

$$\nu_{xy} = \frac{A_{12}}{A_{22}}, \quad \nu_{yx} = \frac{A_{12}}{A_{11}}. \quad (3.7)$$

4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕРМОУПРУГИХ ХАРАКТЕРИСТИК МНОГОСЛОЙНОГО КОМПОЗИТА

Коэффициенты термического расширения для слоистого композита определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} \langle \langle \alpha_x(T) \rangle \rangle &= A_{11}^*(T) \sum_{k=1}^n \bar{h}_k \cdot [\bar{Q}_{11}(T) \cdot \langle \alpha_x(T) \rangle + \bar{Q}_{12}(T) \cdot \langle \alpha_y(T) \rangle + \\ &+ \bar{Q}_{16}(T) \cdot \langle \alpha_{xy}(T) \rangle]_k + A_{12}^*(T) \sum_{k=1}^n \bar{h}_k \cdot [\bar{Q}_{12}(T) \cdot \langle \alpha_x(T) \rangle + \\ &+ \bar{Q}_{22}(T) \cdot \langle \alpha_y(T) \rangle + \bar{Q}_{26}(T) \cdot \langle \alpha_{xy}(T) \rangle]_k + \\ &+ A_{16}^*(T) \sum_{k=1}^n \bar{h}_k \cdot [\bar{Q}_{16}(T) \cdot \langle \alpha_x(T) \rangle + \bar{Q}_{26}(T) \cdot \langle \alpha_y(T) \rangle + \\ &+ \bar{Q}_{66}(T) \cdot \langle \alpha_{xy}(T) \rangle]_k; \end{aligned} \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} \langle \langle \alpha_y(T) \rangle \rangle &= A_{21}^*(T) \sum_{k=1}^n \bar{h}_k \cdot [\bar{Q}_{11}(T) \cdot \langle \alpha_x(T) \rangle + \bar{Q}_{12}(T) \cdot \langle \alpha_y(T) \rangle + \\ &+ \bar{Q}_{16}(T) \cdot \langle \alpha_{xy}(T) \rangle]_k + A_{22}^*(T) \sum_{k=1}^n \bar{h}_k \cdot [\bar{Q}_{12}(T) \cdot \langle \alpha_x(T) \rangle + \\ &+ \bar{Q}_{22}(T) \cdot \langle \alpha_y(T) \rangle + \bar{Q}_{26}(T) \cdot \langle \alpha_{xy}(T) \rangle]_k + \\ &+ A_{26}^*(T) \sum_{k=1}^n \bar{h}_k \cdot [\bar{Q}_{16}(T) \cdot \langle \alpha_x(T) \rangle + \bar{Q}_{26}(T) \cdot \langle \alpha_y(T) \rangle + \\ &+ \bar{Q}_{66}(T) \cdot \langle \alpha_{xy}(T) \rangle]_k; \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned}
\langle\langle\alpha_{XY}(T)\rangle\rangle &= A_{61}^*(T) \sum_{k=1}^n \bar{h}_k \cdot [\bar{Q}_{11}(T) \cdot \langle\alpha_X(T)\rangle + \bar{Q}_{12}(T) \cdot \langle\alpha_Y(T)\rangle + \\
&+ \bar{Q}_{16}(T) \cdot \langle\alpha_{XY}(T)\rangle]_k + A_{62}^*(T) \sum_{k=1}^n \bar{h}_k \cdot [\bar{Q}_{12}(T) \cdot \langle\alpha_X(T)\rangle + \\
&+ \bar{Q}_{22}(T) \cdot \langle\alpha_Y(T)\rangle + \bar{Q}_{26}(T) \cdot \langle\alpha_{XY}(T)\rangle]_k + \\
&+ A_{66}^*(T) \sum_{k=1}^n \bar{h}_k \cdot [\bar{Q}_{16}(T) \cdot \langle\alpha_X(T)\rangle + \bar{Q}_{26}(T) \cdot \langle\alpha_Y(T)\rangle + \\
&+ \bar{Q}_{66}(T) \cdot \langle\alpha_{XY}(T)\rangle]_k;
\end{aligned} \tag{4.3}$$

Коэффициенты термического расширения в направлениях, отличных от направления армирования, определяются по зависимостям:

$$\alpha_X = \alpha_1 \cos^2 \varphi + \alpha_2 \sin^2 \varphi; \tag{4.4}$$

$$\alpha_Y = \alpha_1 \sin^2 \varphi + \alpha_2 \cos^2 \varphi; \tag{4.5}$$

$$\alpha_{XY} = -2(\alpha_2 - \alpha_1) \sin \varphi \cos \varphi; \tag{4.6}$$

В этих формулах приняты следующие обозначения:

$$A_{11}^*(T) = \frac{1}{\Delta} [A_{22}(T) \cdot A_{66}(T) - A_{26}^2(T)]; \tag{4.7}$$

$$A_{12}^*(T) = \frac{1}{\Delta} [A_{16}(T) \cdot A_{26}(T) - A_{22}(T) \cdot A_{66}(T)]; \tag{4.8}$$

$$A_{22}^*(T) = \frac{1}{\Delta} [A_{11}(T) \cdot A_{66}(T) - A_{16}^2(T)]; \tag{4.9}$$

$$A_{16}^*(T) = \frac{1}{\Delta} [A_{12}(T) \cdot A_{26}(T) - A_{22}(T) \cdot A_{16}(T)]; \tag{4.10}$$

$$A_{26}^*(T) = \frac{1}{\Delta} [A_{12}(T) \cdot A_{16}(T) - A_{11}(T) \cdot A_{26}(T)]; \tag{4.11}$$

$$A_{66}^*(T) = \frac{1}{\Delta} [A_{11}(T) \cdot A_{22}(T) - A_{12}^2(T)]; \tag{4.12}$$

$$\begin{aligned}
\Delta &= A_{11}(T) [A_{22}(T) \cdot A_{66}(T) - A_{26}^2(T)] - A_{12}(T) [A_{66}(T) \cdot A_{12}(T) - \\
&- A_{16}(T) \cdot A_{26}(T)] + A_{16}(T) [A_{12}(T) \cdot A_{26}(T) - A_{22}(T) \cdot A_{16}(T)];
\end{aligned} \tag{4.13}$$

где $A_{ij}(T) = \sum_{k=1}^n [\bar{Q}_{ij}(T)]_k \bar{h}_k$.

Здесь

$$\bar{Q}_{11} = Q_{11} \cos^4 \varphi + 2(Q_{12} + Q_{66}) \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi + Q_{22} \sin^4 \varphi, \tag{4.14}$$

$$\bar{Q}_{22} = Q_{11} \sin^4 \varphi + 2(Q_{12} + Q_{66}) \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi + Q_{22} \cos^4 \varphi, \tag{4.15}$$

$$\bar{Q}_{12} = (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi + Q_{12} (\sin^4 \varphi + \cos^4 \varphi), \tag{4.16}$$

$$\bar{Q}_{66} = (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi + Q_{66} (\sin^4 \varphi + \cos^4 \varphi), \tag{4.17}$$

$$\bar{Q}_{16} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin \varphi \cos^3 \varphi + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin^3 \varphi \cos \varphi, \tag{4.18}$$

$$\bar{Q}_{26} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^3 \varphi \cos \varphi + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin \varphi \cos^3 \varphi; \tag{4.19}$$

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}; \quad Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = \frac{\nu_{21}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}; \quad (4.20)$$

$$Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}; \quad Q_{66} = G_{12};$$

5. РАСЧЕТ МНОГОСЛОЙНОГО КОМПОЗИТА НА ПРОЧНОСТЬ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ

Параметры образца: $250 \times 15 \times h_2$ мм. Варианты нагрузки и угол вырезки образца φ' из плиты выбираются из таблицы 5.1.

Таблица 5.1

Таблица нагрузок и углов вырезки

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8
F , Н	100	200	300	400	500	600	700	800
φ' , °	120	105	90	75	60	45	30	15

Главная ось упругости композита – X , ось нагружения – X_1 .

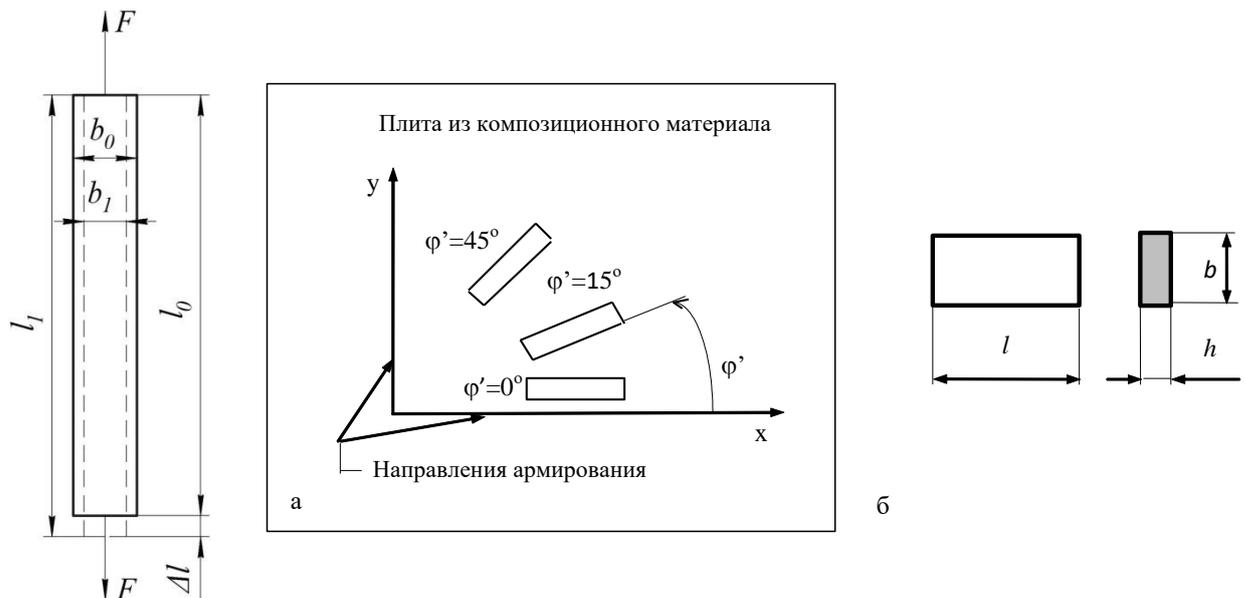


Рис. 5.1. Схема нагружения образца

Рис. 5.2. Метод получения образцов путем вырезки из плиты

Средние напряжения в композите в направлении вырезки (в системе координат $X_1O_1Y_1$) определяются по формулам:

$$\sigma_{x1} = \frac{F}{A}, \text{ где } A \text{ – площадь поперечного сечения образца} \quad (5.1)$$

$$\sigma_{y1} = 0; \quad \tau_{x1y1} = 0. \quad (5.2)$$

Средние напряжения в композите в системе координат XOY определяются по формулам:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \sigma_{x1} \cos^2 \varphi' + \sigma_{y1} \sin^2 \varphi' + \tau_{x1y1} \sin 2\varphi', \\ \sigma_y &= \sigma_{x1} \sin^2 \varphi' + \sigma_{y1} \cos^2 \varphi' - \tau_{x1y1} \sin 2\varphi', \\ \tau_{xy} &= \frac{\sigma_{y1} - \sigma_{x1}}{2} \sin 2\varphi' + \tau_{x1y1} \cos 2\varphi'.\end{aligned}\quad (5.3)$$

Деформации слоистого композита в системе координат XOY определяются по формулам:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{\sigma_x}{E_x} - \nu_{yx} \frac{\sigma_y}{E_y} + \frac{\eta_{x,xy}}{G_{xy}} \tau_{xy}, \\ \varepsilon_y &= \frac{\sigma_y}{E_y} - \nu_{xy} \frac{\sigma_x}{E_x} + \frac{\eta_{y,xy}}{G_{xy}} \tau_{xy}, \\ \gamma_{xy} &= \frac{\eta_{xy,x}}{G_{xy}} \sigma_x + \frac{\eta_{xy,y}}{G_{xy}} \sigma_y + \frac{\tau_{xy}}{G_{xy}},\end{aligned}\quad (5.4)$$

Для ортотропного композита коэффициенты взаимного влияния $\eta_{x,xy}, \eta_{y,xy}, \eta_{xy,x}, \eta_{xy,y} = 0$.

Для слоистого композита справедливо следующее соотношение между деформациями всего композита в целом и отдельных однонаправленных слоев:

$$\varepsilon_x = \langle \varepsilon_x \rangle_k, \varepsilon_y = \langle \varepsilon_y \rangle_k, \gamma_{xy} = \langle \gamma_{xy} \rangle_k. \quad (5.5)$$

Напряжения в однонаправленном слое в системе координат XOY определяются по формулам:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \frac{\gamma_{xy}}{2} \end{bmatrix}, \quad (5.6)$$

где компоненты матрицы упругости $[\bar{Q}]$ в произвольных осях имеют вид:

$$\begin{aligned}
\bar{Q}_{11} &= Q_{11} \cos^4 \varphi + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi + Q_{22} \sin^4 \varphi, \\
\bar{Q}_{22} &= Q_{11} \sin^4 \varphi + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi + Q_{22} \cos^4 \varphi, \\
\bar{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi + Q_{12} (\sin^4 \varphi + \cos^4 \varphi), \\
\bar{Q}_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi + \\
&\quad + Q_{66} (\sin^4 \varphi + \cos^4 \varphi), \\
\bar{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin \varphi \cos^3 \varphi + \\
&\quad + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \cos \varphi \sin^3 \varphi, \\
\bar{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \cos \varphi \sin^3 \varphi + \\
&\quad + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin \varphi \cos^3 \varphi.
\end{aligned} \tag{5.7}$$

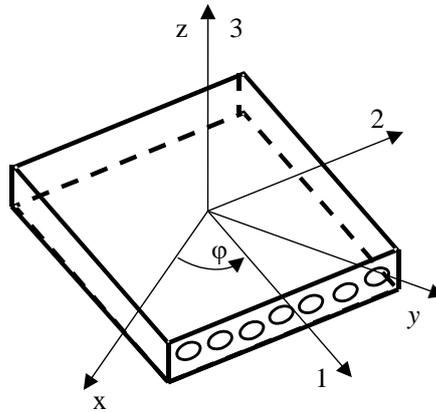


Рис. 5.3. Оси упругой симметрии (1, 2, 3) и произвольные ортогональные оси x, y, z

Напряжения в однонаправленном слое в главной системе координат слоя 102 определяются по формулам:

$$\begin{aligned}
\sigma_{1,k} &= \sigma_{x,k} \cos^2 \varphi + \sigma_{y,k} \sin^2 \varphi + \tau_{xy,k} \sin 2\varphi, \\
\sigma_{2,k} &= \sigma_{x,k} \sin^2 \varphi + \sigma_{y,k} \cos^2 \varphi - \tau_{xy,k} \sin 2\varphi, \\
\tau_{12,k} &= \frac{\sigma_{y,k} - \sigma_{x,k}}{2} \sin 2\varphi + \tau_{xy,k} \cos 2\varphi.
\end{aligned} \tag{5.8}$$

Для оценки прочности однонаправленного слоя при плоском напряженном состоянии в качестве критерия прочности на практике в основном используется критерий Хилла:

$$H_{cr} = \left(\frac{\sigma_1}{\bar{\sigma}_1} \right)^2 - \frac{\sigma_1 \sigma_2}{\bar{\sigma}_1 \bar{\sigma}_2} + \left(\frac{\sigma_2}{\bar{\sigma}_2} \right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{\bar{\tau}_{12}} \right)^2 = 1. \tag{5.9}$$

Запас прочности каждого слоя оценивается по формуле:

$$RF = \frac{1}{\sqrt{H_{cr}}}. \quad (5.10)$$

! Необходимо оценить запас прочности каждого слоя в отдельности и сделать вывод о прочности слоистого композита в целом.

Приложение

Таблица П.1

№ слоя	Толщина (мм) и угол укладки (рад) по отношению к оси X	Варианты														
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	h_1 (мм)	0,3	0,25	0,2	0,35	0,4	0,35	0,4	0,25	0,2	0,3	0,25	0,2	0,35	0,3	0,4
	φ_1/π	1/3	1/4	1/5	1/6	1/9	1/6	1/9	1/4	1/5	1/3	1/4	1/5	1/6	1/3	1/9
2	h_2 (мм)	0,3	0,25	0,2	0,35	0,4	0,35	0,4	0,25	0,2	0,3	0,25	0,2	0,35	0,3	0,4
	φ_2/π	-1/3	-1/4	-1/5	-1/6	-1/9	-1/6	-1/9	-1/4	-1/5	-1/3	-1/4	-1/5	-1/6	-1/3	-1/9
3	h_3 (мм)	0,3	0,25	0,2	0,35	0,4	0,35	0,4	0,25	0,2	0,3	0,25	0,2	0,35	0,3	0,4
	φ_3/π	1/4	1/3	0	1/4	1/3	1/4	1/3	1/3	0	1/4	1/3	0	1/4	1/4	1/3
4	h_4 (мм)	0,3	0,25	0,2	0,35	0,4	0,35	0,4	0,25	0,2	0,3	0,25	0,2	0,35	0,3	0,4
	φ_4/π	-1/4	-1/3	0	-1/4	-1/3	-1/4	-1/3	-1/3	0	-1/4	-1/3	0	-1/4	-1/4	-1/3
5	h_5 (мм)	0,3	0,25	0,2	0,35	0,4	0,35	0,4	0,25	0,2	0,3	0,25	0,2	0,35	0,3	0,4
	φ_5/π	0	0	1/2	0	1/2	0	1/2	0	1/2	0	0	1/2	0	0	1/2
6	h_6 (мм)	0,3	0,25	0,2	0,35	0,4	0,35	0,4	0,25	0,2	0,3	0,25	0,2	0,35	0,3	0,4
	φ_6/π	-1/4	-1/3	0	-1/4	-1/3	-1/4	-1/3	-1/3	0	-1/4	-1/3	0	-1/4	-1/4	-1/3
7	h_7 (мм)	0,3	0,25	0,2	0,35	0,4	0,35	0,4	0,25	0,2	0,3	0,25	0,2	0,35	0,3	0,4
	φ_7/π	1/4	1/3	0	1/4	1/3	1/4	1/3	1/3	0	1/4	1/3	0	1/4	1/4	1/3
8	h_8 (мм)	0,3	0,25	0,2	0,35	0,4	0,35	0,4	0,25	0,2	0,3	0,25	0,2	0,35	0,3	0,4
	φ_8/π	-1/3	-1/4	-1/5	-1/6	-1/9	-1/6	-1/9	-1/4	-1/5	-1/3	-1/4	-1/5	-1/6	-1/3	-1/9
9	h_9 (мм)	0,3	0,25	0,2	0,35	0,4	0,35	0,4	0,25	0,2	0,3	0,25	0,2	0,35	0,3	0,4
	φ_9/π	1/3	1/4	1/5	1/6	1/9	1/6	1/9	1/4	1/5	1/3	1/4	1/5	1/6	1/3	1/9

Продолжение таблицы П.1

№ слоя	Толщина (мм) и угол укладки (рад) по отношению к оси X	Варианты														
		16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1	h_1 (мм)	0,2	0,35	0,4	0,35	0,4	0,2	0,35	0,4	0,35	0,4	0,35	0,4	0,35	0,4	0,2
	ϕ_1/π	1/5	1/6	1/9	1/6	1/9	1/5	1/6	1/9	1/6	1/9	1/6	1/9	1/6	1/9	1/5
2	h_2 (мм)	0,2	0,35	0,4	0,35	0,4	0,2	0,35	0,4	0,35	0,4	0,35	0,4	0,35	0,4	0,2
	ϕ_2/π	-1/5	-1/6	-1/9	-1/6	-1/9	-1/5	-1/6	-1/9	-1/6	-1/9	-1/6	-1/9	-1/6	-1/9	-1/5
3	h_3 (мм)	0,2	0,35	0,4	0,35	0,4	0,2	0,35	0,4	0,35	0,4	0,35	0,4	0,35	0,4	0,2
	ϕ_3/π	0	1/4	1/3	1/4	1/3	0	1/4	1/3	1/4	1/3	1/4	1/3	1/4	1/3	0
4	h_4 (мм)	0,2	0,35	0,4	0,35	0,4	0,2	0,35	0,4	0,35	0,4	0,35	0,4	0,35	0,4	0,2
	ϕ_4/π	0	-1/4	-1/3	-1/4	-1/3	0	-1/4	-1/3	-1/4	-1/3	-1/4	-1/3	-1/4	-1/3	0
5	h_5 (мм)	0,2	0,35	0,4	0,35	0,4	0,2	0,35	0,4	0,35	0,4	0,35	0,4	0,35	0,4	0,2
	ϕ_5/π	1/2	0	1/2	0	1/2	1/2	0	1/2	0	1/2	0	1/2	0	1/2	1/2
6	h_6 (мм)	0,2	0,35	0,4	0,35	0,4	0,2	0,35	0,4	0,35	0,4	0,35	0,4	0,35	0,4	0,2
	ϕ_6/π	0	-1/4	-1/3	-1/4	-1/3	0	-1/4	-1/3	-1/4	-1/3	-1/4	-1/3	-1/4	-1/3	0
7	h_7 (мм)	0,2	0,35	0,4	0,35	0,4	0,2	0,35	0,4	0,35	0,4	0,35	0,4	0,35	0,4	0,2
	ϕ_7/π	0	1/4	1/3	1/4	1/3	0	1/4	1/3	1/4	1/3	1/4	1/3	1/4	1/3	0
8	h_8 (мм)	0,2	0,35	0,4	0,35	0,4	0,2	0,35	0,4	0,35	0,4	0,35	0,4	0,35	0,4	0,2
	ϕ_8/π	-1/5	-1/6	-1/9	-1/6	-1/9	-1/5	-1/6	-1/9	-1/6	-1/9	-1/6	-1/9	-1/6	-1/9	-1/5
9	h_9 (мм)	0,2	0,35	0,4	0,35	0,4	0,2	0,35	0,4	0,35	0,4	0,35	0,4	0,35	0,4	0,2
	ϕ_9/π	1/5	1/6	1/9	1/6	1/9	1/5	1/6	1/9	1/6	1/9	1/6	1/9	1/6	1/9	1/5