

# Расчет элементов стальных конструкций.

## План.

1. Расчет элементов металлических конструкций по предельным состояниям.
2. Нормативные и расчетные сопротивления стали
3. Расчет элементов металлических конструкций на центральное растяжение.
4. Расчет элементов металлических конструкций на центральное сжатие.
5. Расчет элементов металлических конструкций на изгиб.

## 1. Расчет элементов металлических конструкций по предельным состояниям.

### 1.1. Структура расчетных формул.

Расчет по предельным состояниям первой группы производится всегда для всех элементов, несущих нагрузку.

Потеря несущей способности может произойти вследствие разрушения материала, потери устойчивости, развития усталости. Для большей части предельных состояний первой группы структура расчетных формул одинакова.

**В основу расчета прочности положено условие: разрушение не наступит, если наибольшие напряжения не превысят расчетного сопротивления:**

$$\text{напряжение} = \frac{\text{внутреннее\_усилие}}{\text{геометрический\_фактор}} \leq \frac{R \gamma_c}{\gamma_n}$$

где R - расчетное сопротивление стали;

$\gamma_c$  - коэффициент условий работы, учитывает неблагоприятные влияния внешней среды и другие обстоятельства, не отражаемые в расчетах прямым путем;

$\gamma_n$  - коэффициент надежности по назначению конструкции.

Усилие в рассчитываемом элементе определяется видом нагружения (при растяжении — нормальная сила N, при изгибе — изгибающий момент M и т. д.).

Геометрический фактор определяется характером распределения напряжений по поперечному сечению элемента (при равномерном распределении — площадь A, при линейном законе распределения — момент сопротивления W и т. д.).

Структура формул для проверки общей устойчивости аналогична, но расчетное сопротивление умножается на понижающий коэффициент, который зависит от характера работы элемента (при центральном сжатии применяется  $\varphi$  - коэффициент продольного изгиба).

**Условие устойчивости :**

$$\text{напряжение} = \frac{\text{внутреннее\_усилие}}{\varphi \cdot \text{геометрический\_фактор}} \leq \frac{R \gamma_c}{\gamma_n}$$

Итак, формулы для проверки устойчивости отличаются от формул для проверки прочности наличием в знаменателе коэффициента  $\varphi$ .

### 1.2. Нормативные и расчетные сопротивления.

За нормативные сопротивления принимают минимальные значения:

- а) предела текучести  $R_{yn} = \sigma_T$ ;
- б) временного сопротивления  $R_{in} = \sigma_B$ .

На металлургических заводах предел текучести и временное сопротивление контролируют выборочно. Следовательно, в МК может попасть материал с худшими свойствами, чем это установлено ГОСТ, поэтому расчетные сопротивления растяжению, сжатию и изгибу для прокатной стали равны нормативным, деленным на коэффициент надежности по материалу  $\gamma_i$ .

Различают расчетные сопротивления:

а) по пределу текучести:  $R_y = R_{yn} / \gamma_i$ ,

б) по временному сопротивлению:  $R_u = R_{un} / \gamma_i$ .

Второе из них применяют очень редко, только для элементов, эксплуатация которых возможна и после достижения предела текучести.

В таб.51 СНиП II-23-81\* расчетные сопротивления приняты индивидуально для каждой марки стали.

### 1.3. Расчет по второй группе предельных состояний.

Суть расчета — он должен исключить чрезмерные деформации (прогибы, углы поворота) и колебания конструкций. Обычно расчет сводится к проверке прогиба (часто говорят – к проверке жесткости).

Эти расчеты можно не выполнять, когда очевидно, что деформации конструкции ничтожны.

Всегда проверяют жесткость изгибаемых элементов (но часто достаточно лишь убедиться, что принятая высота балки больше минимальной). Нужно проверить прогиб для низких ферм, пояса которых выполнены из высокопрочной стали.

**Относительный предельный прогиб** –  $\left[ \frac{f}{l} \right]$  наибольший относительный прогиб,

разрешаемый нормами для данного вида МК. Относительные предельные прогибы установлены нормами в долях пролета индивидуально для каждого вида металлических конструкций.

Расчетная формула получается **из условия жесткости**: относительный прогиб балки от нормативной нагрузки  $\frac{f_n}{l}$ , вычисленный по формулам сопротивления материалов, не должен превышать относительного предельного прогиба  $\left[ \frac{f}{l} \right]$ , установленного нормами для данного вида МК.

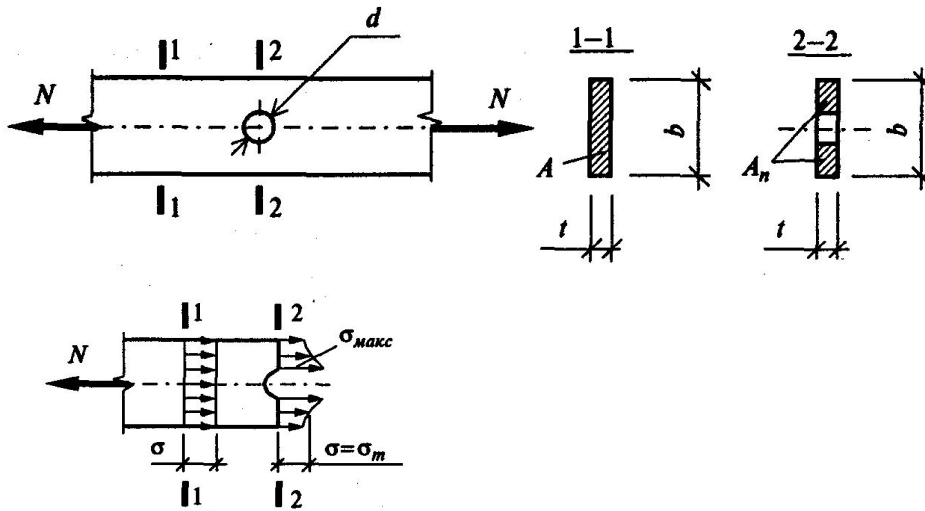
**Условие жесткости:**  $\frac{f_n}{l} \leq \left[ \frac{f}{l} \right]$

## 2. Расчет элементов на центральное растяжение.

Полностью на растяжение работают крайне мало конструкций, чаще растянутой является не вся конструкция, а ее отдельные элементы. Растянутые элементы делятся на центрально-растянутые и внецентренно растянутые. Центрально-растянутыми считаются элементы, растягивающая сила на которые действует по центру тяжести сечения (элементы ферм, затяжки арок, стенки резервуаров, подвески).

Рассмотрим работу центрально-растянутого элемента на примере стальной полосы. При расчете полагается, что при центральном растяжении полосы в ее сечении возникают равномерные растягивающие напряжения  $\sigma$ . Однако наличие отверстий или вырезов в полосе уменьшает площадь поперечного сечения и вместе с тем приводит к тому, что вблизи

отверстий (вырезов) возникает концентрация напряжений (увеличение напряжений по сравнению со средней величиной  $\sigma$ ). Концентрация напряжений может приводить к разрушению. Отверстия (вырезы) должны выполняться без острых углов, с плавными обводами, так как это способствует уменьшению концентрации напряжений.



Разрушение центрально-растянутых элементов происходит по сечению с наименьшей площадью —  $A_n$ . В случае если ослабления (отверстия, вырезы) отсутствуют, площадь нетто  $A_n$  равна площади брутто  $A$ .

**Расчет прочности** центрально-растянутого стального элемента ведется по формуле

$$\sigma = \frac{N}{A_n} \leq \frac{R_y \gamma_c}{\gamma_n},$$

где  $N$  — наибольшее растягивающее усилие, действующее на элемент;

$A_n$  — площадь сечения нетто,  $A_n = A - A_{осл.}$ ;

$R_y$  — расчетное сопротивление стали, взятое по пределу текучести;

$\gamma_c$  — коэффициент условия работы.

$\gamma_n$  — коэффициент ответственности по назначению здания.

Длинные растянутые элементы могут изменять свою первоначальную форму (изгибаться) в результате чрезмерной гибкости и это может затруднять их дальнейшее применение.

Поэтому гибкость растянутых элементов ограничивается нормами и зависит от назначения элементов и характера действующих нагрузок (статических или динамических).

**Проверку гибкости** выполняют по формуле:

$$\lambda = \frac{l_{ef}}{i} \leq [\lambda],$$

где  $l_{ef}$  — расчетная длина элемента;

$i$  — радиус инерции сечения;

$[\lambda]$  — предельная гибкость (табл. 20\* СНиП II-23-81\*).

При расчете центрально-растянутых элементов обычно возникают следующие типы задач: подбор сечения растянутого элемента (тип 1) и проверка прочности принятого или имеющегося элемента (тип 2).

### 3. Расчет элементов на центральное сжатие.

По характеру работы различают центрально-сжатые и внецентренно сжатые элементы. Центрально-сжатыми называются элементы, нагрузка на которые действует по центру тяжести сечения (в колоннах с симметричным сечением центр тяжести сечения принимается совпадающим с геометрическим центром). На внецентренно сжатые колонны сила действует не по центру тяжести, а с эксцентриситетом  $e$  или, что равнозначно, одновременно приложены продольная сила  $N$  и изгибающий момент  $M$ , полагая, что  $e = \frac{M}{N}$ .

Расчет прочности центрально-сжатых элементов ведется из предпосылки, что нормальные напряжения  $\sigma$  в их поперечном сечении распределяются равномерно.

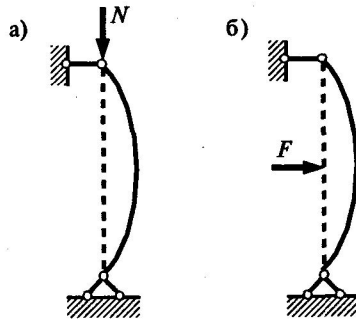
Центральное сжатие отличается от центрального растяжения направлением усилий. Поэтому центральное растяжение можно рассматривать как частный случай центрального сжатия, при котором не возникает продольного изгиба. Структура расчетных формул прочности и гибкости центрально-сжатых и центрально-растянутых элементов одинакова.

**Расчет прочности** центрально-сжатого элемента ведется по формуле:

$$\sigma = \frac{N}{A_n} \leq \frac{R_y \gamma_c}{\gamma_n}.$$

Если поставить цель довести колонну (далее будем иметь в виду центрально-сжатую, если не оговорено особо) до разрушения, то в подавляющем большинстве случаев это произойдет от потери общей устойчивости вследствие появления продольного изгиба, или, иначе говоря, выпучивания стойки. Изгиб стержня может произойти и от силы, приложенной перпендикулярно к его оси, но тогда изгиб называют поперечным, а не продольным.

При продольном или поперечном изгибе разрушение элемента происходит оттого, что напряжения в его крайних волокнах достигают предельных величин и материал разрушается.



Изгиб стержня: а) продольный изгиб; б) поперечный изгиб

В большинстве случаев при работе сжатых элементов конструкций возникает явление продольного изгиба, при котором несущая способность элемента уменьшается. В расчетных формулах это учитывается введением коэффициента продольного изгиба  $\varphi$ , имеющего значения меньше 1,0. Поэтому расчетная формула для расчета центрально-сжатых элементов конструкций **на устойчивость** принимает вид:

$$\sigma = \frac{N}{\varphi A} \leq \frac{R_y \gamma_c}{\gamma_n}.$$

Величины коэффициента продольного изгиба  $\varphi$  можно приводятся табл. 72 СНиП II-23-81\*. Основным параметром, от которого зависит  $\varphi$ , является гибкость стержня  $\lambda$ :

$$\lambda = \frac{l_0}{i}$$

где  $l_0$  — расчетная длина стержня, которая, в свою очередь, определяется по формуле:

$$l_0 = \mu l,$$

где  $l$  — геометрическая длина стержня;

$\mu$  — коэффициент, зависящий от способов закрепления концов стержня

**Схемы изгиба стержней при различных способах закрепления**

Схемы закрепления концов стержней		а)	б)	в)	г)	д)
Коэффициент $\mu$	Стальные конструкции	$\mu = 1,0$	$\mu = 0,7$	$\mu = 0,5$	$\mu = 2,0$	$\mu$ — зависит от степени подвижности опоры
	Деревянные конструкции	$\mu = 1,0$	$\mu = 0,8$	$\mu = 0,65$	$\mu = 2,2$	

Так как размеры сечения часто не одинаковы относительно осей изгиба, могут различаться и радиусы инерции относительно этих осей, следовательно, могут различаться гибкости ( $\lambda_x, \lambda_y$ ).

Продольный изгиб центрально-сжатого элемента будет происходить относительно оси, по отношению к которой гибкость больше.

Если сжатая конструкция в расчетном сечении имеет ослабления (отверстия, врезки или состоит из нескольких ветвей), то необходимо проводить расчет прочности и устойчивости. Если в сплошной колонне ослаблений нет, напряжения получаются больше в расчетах устойчивости и в этом случае ограничиваются только расчетом устойчивости. В некоторых конструкциях устойчивость элемента в целом обеспечивается, но теряется устойчивость отдельных его участков, и в этом случае необходимо проводить расчет на местную устойчивость.

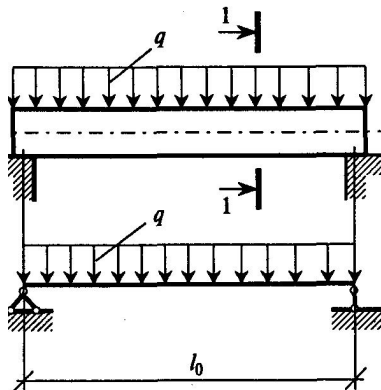
#### 4. Расчет элементов на изгиб.

При изгибе нагрузка действует в поперечном направлении относительно оси стержня.

Балкой называется горизонтально расположенный стержень, работающий на изгиб. Нагрузки могут быть распределенными или сосредоточенными. В строительной практике наиболее распространены равномерно распределенные нагрузки.

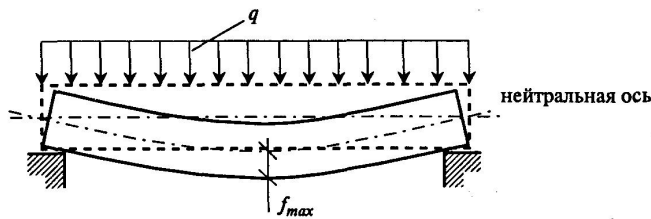
Балки работают на изгиб, который может быть прямым (простым) и сложным. Рассмотрим простейший случай прямого изгиба балки, когда внешние силы действуют в одной (вертикальной) плоскости и перпендикулярно к оси балки.

Если не принимаются специальные меры, т.е. балка свободно опирается на опоры, то одна опора считается шарнирно-неподвижной, а другая — шарнирно-подвижной.



Прямой изгиб характеризуется:

а) с геометрической точки зрения искривлением оси балки, удлинением растянутых (нижних) и укорочением сжатых (верхних) волокон. При этом нейтральная ось (слой) при искривлении свою длину не изменяет;

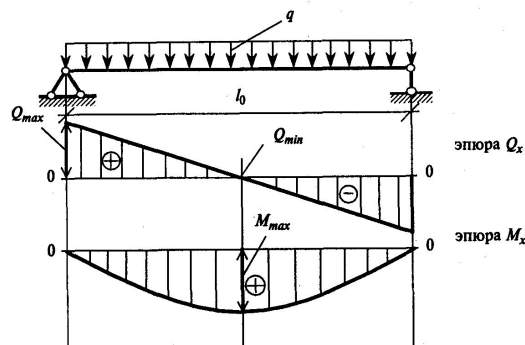


б) с точки зрения статики в любом сечении по длине балки возникают изгибающие моменты  $M_{\max}$  и поперечные силы  $Q_{\max}$ .  $M_{\max}$  и  $Q_{\max}$  определяются по правилам строительной механики, в зависимости от расчетной схемы балки и характера нагрузки (сосредоточенные, распределенные, моментные или их сочетания), путем построения эпюр.

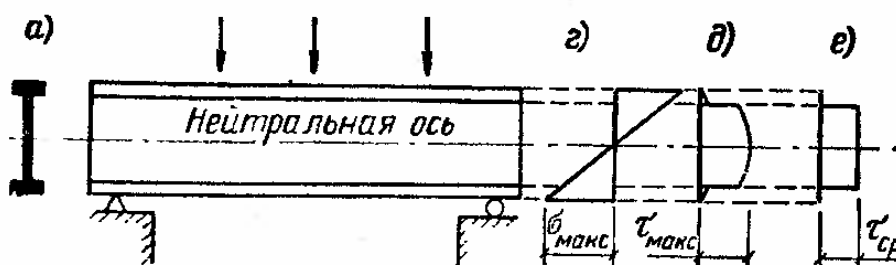
Наибольшие значения  $M_{\max}$  и  $Q_{\max}$  при равномерно распределенной нагрузке определяется по формулам:

$$M_{\max} = \frac{ql_0^2}{8};$$

$$Q_{\max} = \frac{ql_0}{2};$$



в) с точки зрения напряженного состояния поперечный изгиб характеризуется наличием нормальных, т.е. перпендикулярных к вертикальной плоскости сечения, напряжений  $\sigma$  и касательных напряжений  $\tau$ , лежащих в плоскости сечения.



Нормальные напряжения изменяются по линейному закону по высоте сечения, достигая наибольших растягивающих (максимальных) значений в крайних нижних волокнах (слоях) и наибольших сжимающих значений в крайних верхних волокнах. По абсолютному значению они равны.

Касательные напряжения (достигают наибольшего значения на уровне нейтрального слоя (оси  $x-x$ ) и распределяются по криво-линейному закону (параболе).

Нормальные напряжения достигают наибольших значений в середине балки, уменьшаясь влево и вправо от нее, и равны нулю на опоре.

Касательные напряжения наоборот, наибольших значений достигают на опорах и равны нулю в середине длины балки.

Нормальные напряжения  $\sigma_x$  напрямую зависят от изгибающих моментов  $M_x$ , а касательные  $\tau_x$  - от поперечной силы  $Q_x$ . Для однородных и упругих материалов они могут быть найдены по формулам сопротивления материалов:

- нормальные напряжения в любом сечении балки 
$$\sigma_x = \frac{M_x}{W_x},$$

где  $M_x$  - изгибаемый момент в рассматриваемом сечении балки;

$W_x$  - момент сопротивления относительно оси, определяемый по формулам сопротивления материалов, для профилей стального проката определяется по сортаменту;

- касательные напряжения в любом сечении балки 
$$\tau_x = \frac{Q_x S_x}{I_x b},$$

где  $Q_x$  - поперечная сила в рассматриваемом сечении;

$S_x$  - статический момент сечения, определяется по формулам или таблицам;

$I_x$  - момент инерции сечения, определяется по формулам или таблицам;

$b$  - ширина сечения балки.

Учитывая закон изменения изгибающих моментов и нормальных напряжений, можно установить рациональное (экономичное) очертание балки. Так, при равномерно распределенной нагрузке наиболее рациональной будет балка переменного по длине сечения, которая повторяет очертания эпюры  $M$ , т.е. параболу. Учитывая характер изменения по высоте сечения балки нормальных напряжений, можно сделать вывод, что если большая часть материала сосредоточена в крайних зонах сечения — верхней и нижней, а минимум материала — в средней зоне, то сечение получается наиболее рациональным; этому больше всего соответствует двутавровое сечение.

Из вышесказанного следует, что расчет простых балок состоит из проверки следующих двух условий:

1) нормальные напряжения  $\sigma_x$  в крайних слоях (волокнах) — нижнем и верхнем — не должны превышать расчетных сопротивлений материала на растяжение и сжатие:

$$\sigma_{\min} \leq R_{\text{растяжения}}$$

$$\sigma_{\max} \leq R_{\text{сжатия}}$$

2) касательные напряжения  $\tau_x$ , которые достигают наибольших значений на уровне нейтрального слоя, не должны превышать расчетных сопротивлений материала сдвигу:

$$\tau_{\max} \leq R_{\text{сдвига}}$$

Для прямоугольных сечений при равномерно распределенной нагрузке касательные напряжения невелики из-за значительной ширины балки. Для балок двутаврового сечения, особенно при действии на них сосредоточенных нагрузок, такой расчет необходим.