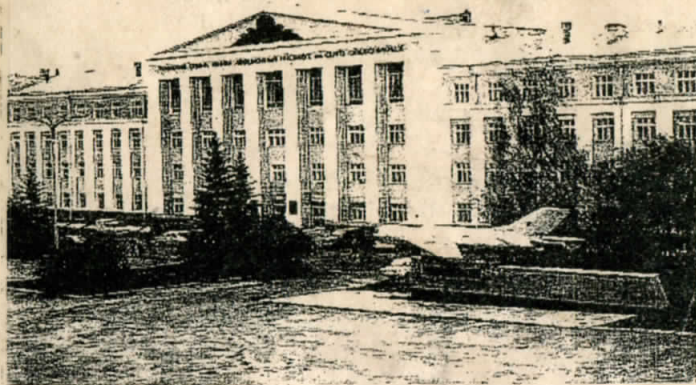


Федеральное агентство по образованию  
Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
Уфимский государственный авиационный технический университет

# РАСЧЕТ ВАЛОВ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ РЕДУКТОРОВ НА СТАТИЧЕСКУЮ И УСТАЛОСТНУЮ ПРОЧНОСТЬ

Методические указания  
к курсовому проектированию



Уфа 2008

Федеральное агентство по образованию  
Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
Уфимский государственный авиационный технический университет

Кафедра авиационных двигателей

**РАСЧЕТ ВАЛОВ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ  
РЕДУКТОРОВ НА СТАТИЧЕСКУЮ  
И УСТАЛОСТНУЮ ПРОЧНОСТЬ**

Методические указания  
к курсовому проектированию

Уфа 2008

Составители: Л.Н. Тархов, В.К. Итбаев, А.В. Зырянов

УДК 621.81(07)  
ББК 34.44(я7)

Расчет валов цилиндрических редукторов на статическую и усталостную прочность: Методические указания к курсовому проектированию / Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т; Сост.: Л.Н. Тархов, В.К. Итбаев, А.В. Зырянов. – Уфа, 2008. – 62с.

В методических указаниях изложены краткие теоретические сведения и алгоритм расчета на статическую и усталостную прочность валов цилиндрических редукторов. Приведены практические рекомендации и справочные данные для выполнения расчетов, а также примеры выполненных расчетов.

Предназначены для студентов, обучающихся по направлению подготовки дипломированных специалистов 160300 – «Двигатели летательных аппаратов» специальности 160301 – «Авиационные двигатели и энергетические установки» и направлению 160900 – «Эксплуатация и испытания авиационной и космической техники» специальности 160901 – «Техническая эксплуатация летательных аппаратов и двигателей», а также направлению подготовки бакалавров 160100 – «Авиа- и ракетостроение».

Табл. 9. Ил. 11. Библиогр.: 6 назв.

Рецензенты: канд. техн. наук, доц. Галимханов Н.Х.,  
канд. техн. наук, доц. Горбаненко В.М.

© Уфимский государственный  
авиационный технический университет, 2008

## Содержание

1. Общие сведения.....	4
2. Расчетные схемы валов редуктора.....	4
2.1. Определение сил в зацеплении цилиндрических передач..	7
2.2. Определение консольных сил.....	9
3. Расчет на статическую прочность.....	10
4. Расчет на сопротивление усталости.....	15
5. Примеры выполнения расчетов валов цилиндрических редукто- ров.....	22
5.1. Расчет промежуточного вала цилиндрического двухсту- пенчатого редуктора развернутой схемы.....	22
5.2. Расчет выходного вала цилиндрического двухступенча- того редуктора развернутой схемы.....	32
5.3. Расчет промежуточного вала цилиндрического двухсту- пенчатого соосного редуктора.....	41
5.4. Расчет входного вала цилиндрического двухступенчато- го редуктора развернутой схемы.....	51
Список литературы.....	60

## 1. Общие сведения

Расчет валов на прочность проводится после разработки сборочного чертежа редуктора, когда может быть выполнен чертеж вала с сопряженными деталями.

Редукторные валы испытывают следующие виды деформации – изгиб, кручение и растяжение (сжатие). Деформация кручения на валах возникает под действием вращающих моментов, приложенных со стороны двигателя и исполнительного механизма. Деформации изгиба и растяжения (сжатия) вызываются силами в зубчатом зацеплении и консольными силами на входном и выходном концах валов от посаженных на них муфт, звездочках, шкивов и т.д. для соединения с двигателем или исполнительным механизмом.

## 2. Расчетные схемы валов редуктора

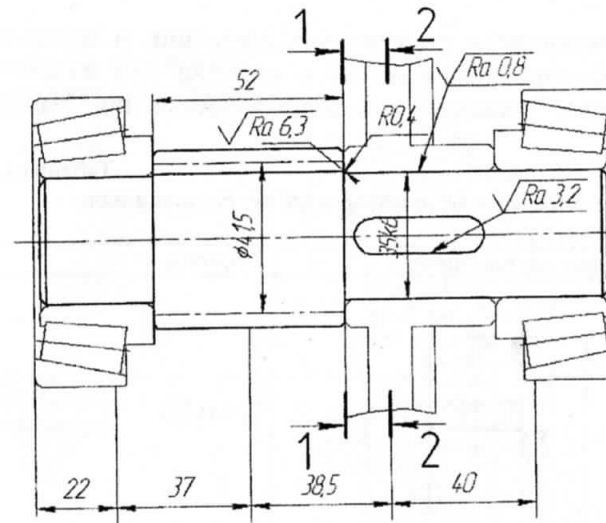
При расчете вала на прочность его конструкция (рис. 2.1, а) заменяется расчетной схемой с обозначением всех активных и реактивных сил действующих на вал (рис 2.1, б). Вал представляется как балка на двух опорах. Одна из опор выбирается неподвижной, другая – шарнирно подвижной. Положение опор определяют из чертежа вала с учетом угла контакта  $\alpha$  по формулам табл. 2.1.

Векторы радиальных сил  $F_r$  переносят на вал вдоль линии их действия; векторы окружных  $F_t$  и продольных  $F_a$  усилий – параллельно самим себе. При этом от сил  $F_t$  появляются крутящие

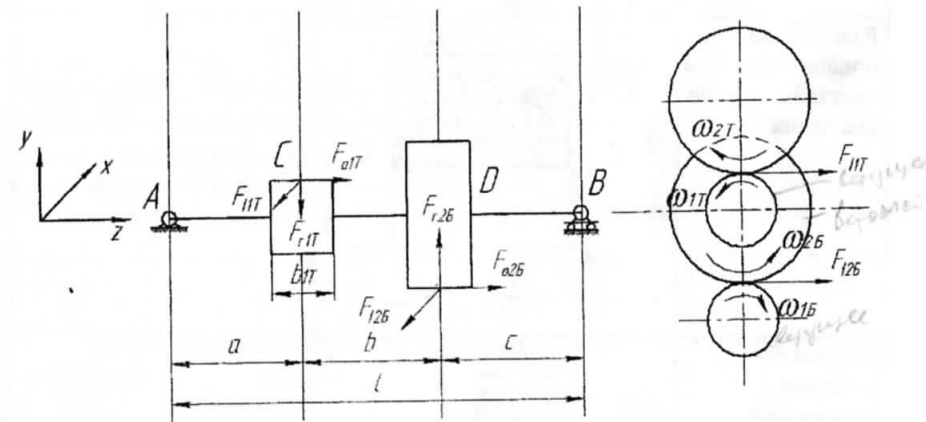
$T = \frac{F_t \cdot d}{2}$ , а от  $F_a$  – изгибающие  $M_a = \frac{F_a \cdot d}{2}$  моменты ( $d$  – делительный диаметр колеса). Расстояние между силами, действующими на вал, определяют из чертежа вала.

Нагрузки от зубчатых колес и других деталей на валу прикладывают ориентировочно в середине ступицы (см. рис. 2.1). Силы тяжести и трения в опорах не учитывают.

Найденные нагрузки разлагаются на составляющие в двух взаимно перпендикулярных плоскостях (вертикальной  $YZ$  и горизонтальной  $XZ$ ).



а



б

Рис. 2.1. Расчетная схема промежуточного вала двухступенчатого редуктора: а – конструкция вала; б – расчетная схема

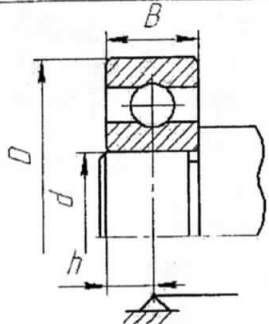
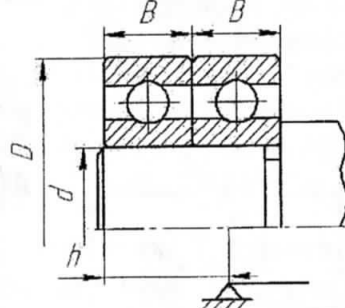
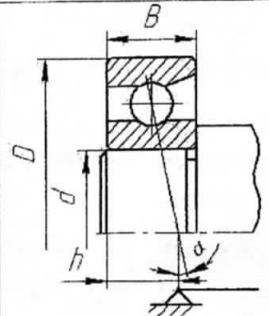
Таким образом, вал работает на совместное действие растяжения (сжатия), кручения и изгиба в вертикальной ( $YZ$ ) и горизонтальной ( $XZ$ ) плоскостях.

При расчете на прочность, пользуясь принципом независимости действия сил, определяют отдельно касательные

напряжения, возникающие в стержне при кручении, и отдельно нормальные напряжения, возникающие в стержне при изгибе и растяжении (сжатии). Касательными напряжениями при изгибе пренебрегают.

Таблица 2.1

Формулы для определения установочных баз подшипников

Тип подшипника	Эскиз подшипника	Формула
Радиальные		$h = 0,5B$
Радиальные подшипники, поставленные по два на опоре		$h = \frac{7}{6} \cdot B$
Радиально-упорные однорядные		$h = 0,5 \left( B + \frac{d+D}{2} \operatorname{tg} \alpha \right)$

Окончание табл. 2.1

Роликовые подшипники конические однорядные		$h = 0,5 \left( T + \frac{d+D}{3} e \right)$
Подшипники скольжения		$h = (0,7 \dots 0,75) B$
<p>Примечание: Величины, входящие в формулы:  <math>d, D, B, T</math> - геометрические размеры подшипников;  <math>\alpha</math> - угол контакта;  <math>e</math> - коэффициент влияния осевого нагружения.                      Численные значения перечисленных параметров приведены в каталогах</p>		

## 2.1. Определение сил в зацеплении цилиндрических передач

На рис. 2.2, 2.3 даны схемы сил в зацеплении прямозубой и косозубой цилиндрических передач при различных направлениях наклона зубьев и вращения двигателя. За точку приложения сил принимают полюс зацепления в средней плоскости колеса.

Зависимости для определения составляющих усилий в зацеплении приведены в табл. 2.2.

Силы в зацеплении цилиндрических передач

Сила в зацеплении	Значение силы, Н			
	Цилиндрическая прямозубая		Цилиндрическая косозубая	
	на шестерне	на колесе	на шестерне	на колесе
Окружная	$F_{t1} = F_{t2}$	$F_{t2} = \frac{2 \cdot T_2 \cdot 10^3}{d_2}$	$F_{t1} = F_{t2}$	$F_{t2} = \frac{2 \cdot T_2 \cdot 10^3}{d_2}$
Радиальная	$F_{r1} = F_{r2}$	$F_{r2} = F_{t2} \cdot \operatorname{tg} \alpha$	$F_{r1} = F_{r2}$	$F_{r2} = \frac{F_{t2} \cdot \operatorname{tg} \alpha}{\cos \beta}$
Осевая	—	—	$F_{a1} = F_{a2}$	$F_{a2} = F_{t2} \cdot \operatorname{tg} \beta$

Примечание: Величины, входящие в формулы для определения сил:  
 1.  $T_1$  и  $T_2$  - вращающие моменты на быстроходном и тихоходном валах редуктора, Нм  
 2.  $d_1$  и  $d_2$  - делительные диаметры цилиндрических передач, м  
 3.  $\beta$  - угол наклона зубьев цилиндрических колес

### 2.2. Определение консольных сил

Консольную нагрузку на выступающие из редуктора концы валов создают установленные на них зубчатые колеса, шкивы и звездочки, ременных и цепных передач, а также муфты, соединяющие двигатель с редуктором или редуктор с исполнительным механизмом.

Если на выступающем из редуктора консольном конце вала находятся зубчатые колеса, шкивы, звездочки, действующая на консоли нагрузка перпендикулярна оси вала и определяется при расчете соответствующей передачи. При этом передача может быть направлена вертикально, горизонтально или под углом  $\theta$  к горизонту. В случае наклонного расположения передачи консольную силу нужно разложить на вертикальную  $F_y$  и горизонтальную  $F_x$  составляющие.

Консольная сила от муфты  $F_M$  может быть предварительно рассчитана по ГОСТ Р 50891-96: на тихоходном валу (выходном)

$$F_M = 125\sqrt{T}$$

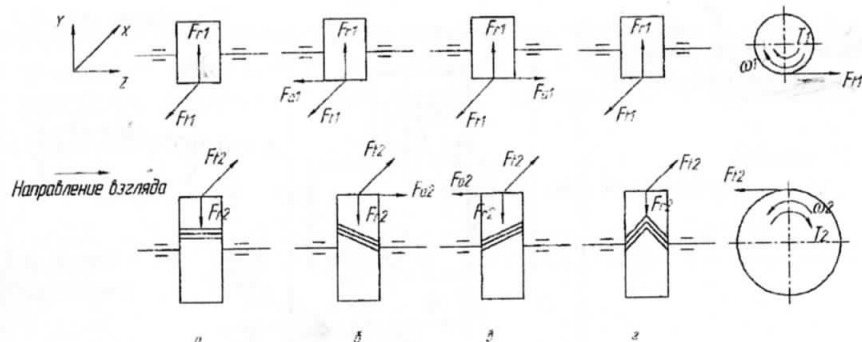


Рис. 2.2. Схема сил в зацеплении цилиндрических передач при вращении быстроходного вала по часовой стрелке (наблюдатель слева):  
 а - прямозубая; б - косозубая с направлением линии зуба колеса - правое, шестерни - левое; в - косозубая с направлением линии зуба колеса - левое, шестерни - правое; г - шевронная

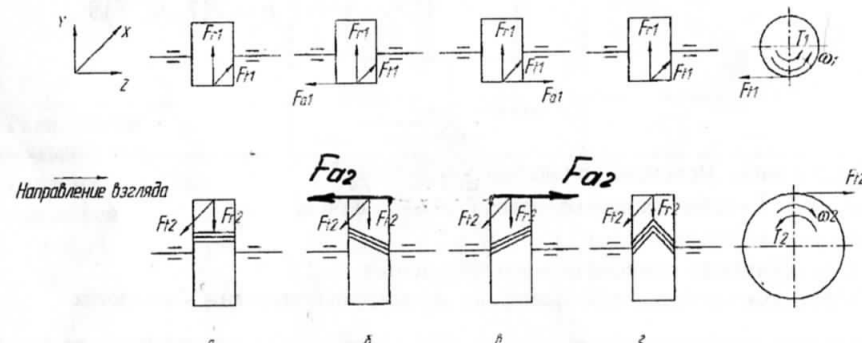


Рис. 2.3. Схема сил в зацеплении цилиндрических передач при вращении быстроходного вала против часовой стрелки (наблюдатель слева):  
 а - прямозубая; б - косозубая с направлением линии зуба колеса - правое, шестерни - левое; в - косозубая с направлением линии зуба колеса - левое, шестерни - правое; г - шевронная

для одноступенчатых цилиндрических, конических и планетарных редукторов;

$$F_M = 250\sqrt{T}$$

для остальных.

На быстроходном валу (входном):

$$F_M = 50\sqrt{T} \dots 125\sqrt{T}$$

для всех типов редукторов.

Консольная сила от муфты  $F_M$  перпендикулярна оси вала, но ее направление может быть любым (зависит от случайных неточностей монтажа муфты). Поэтому часто рекомендуется принять следующий случай нагружения – направить силу  $F_M$  противоположно силе  $F_t$ , что увеличит напряжения и деформацию вала. Можно рекомендовать также следующее: сначала определяют нагрузки на опоры только от сил в зацеплении зубчатых колес или иных сил, линии, действия которых известны (направления отдельных составляющих могут поменяться при реверсировании); находят абсолютные значения максимальных нагрузок на опоры при различных направлениях вращения. Затем определяют нагрузки на опоры от произвольно направленных сил  $F_M$  и полученные абсолютные значения всех нагрузок на соответствующие опоры арифметически (без учета направления) складывают. В этом случае действительно получается наиболее опасный случай нагружения опор.

### 3. Расчет на статическую прочность

Перед проведением расчета прочности валов необходимо: выполнить чертеж вала с сопрягаемыми деталями;

проставить размеры длин ступеней вала, его диаметры, а также расстояния между силами, действующими на вал с учетом установочных баз подшипников, определяемых по табл. 2.1;

проставить поля допусков вала, переходные радиусы между ступенями, а также другие геометрические параметры источников концентрации напряжений;

построить расчетную схему вала.

По всем известным внешним максимальным силам и моментам в двух взаимно перпендикулярных плоскостях XOZ и

YOZ вычисляют реакции опор  $R'_x$  и  $R'_y$  от сил, меняющих положение относительно вала (силы от передач, силы тяжести от маховиков и др.), и отдельно реакции опор  $R''_x$  и  $R''_y$  от сил не меняющих положение относительно вала (силы дебаланса, от соединительных муфт). Ось Z направлена вдоль оси вала, оси X и Y – перпендикулярно оси вала.

В упрощенных расчетах не выделяют сил, не меняющих положения относительно вала, и принимают в запас прочности, что все силы меняют свое положение относительно вала.

В местах приложения внешних сил или реакции опор во взаимно перпендикулярных плоскостях XOZ и YOZ вычисляют составляющие изгибающих моментов  $M'_{xi}$ ,  $M'_{yi}$  и  $M''_{xi}$ ,  $M''_{yi}$  отдельно от сил соответственно меняющих и не меняющих положение относительно вала. В местах приложения сосредоточенных внешних изгибающих моментов определяют моменты  $M_n$  и  $M_l$  соответственно справа и слева от сечения.

По известным правилам [6] со стороны сжатых волокон строятся эпюры изгибающих моментов в вертикальной (YZ) и горизонтальной (XZ) плоскостях соответственно, раздельно для сил меняющих и не меняющих положение относительно вала.

Из анализа эпюр внутренних силовых факторов и несущей способности сечений вала (диаметра сечения, концентраторов напряжений) намечают опасные (расчетные) сечения вала. Из переменности сечения вала следует, что опасным сечением может быть не обязательно сечение с максимальным изгибающим моментом  $M_{i\max}$ . В качестве критерия выбора опасного сечения можно принять выражение:

$$\sigma_{э\text{кв}} = \frac{\sqrt{M_i^2 + 0.75 \cdot T^2}}{W_u} \quad (3.1)$$

Находят результирующие изгибающие моменты в  $i$ -том расчетном сечении:

- от сил, меняющих положение относительно вала,

$$M'_i = \sqrt{(M'_{xi})^2 + (M'_{yi})^2}; \quad (3.2)$$

- от сил, не меняющих положение относительно вала,

$$M''_i = \sqrt{(M''_{xi})^2 + (M''_{yi})^2}. \quad (3.3)$$

Вычисляют суммарный изгибающий момент

$$M_i = M_i' + M_i'' \quad (3.4)$$

Строятся эпюры крутящего момента  $T_{\max}$ . Местом приложения момента можно считать середину длины контакта сопрягаемых деталей.

Геометрические характеристики поперечного сечения: моменты сопротивления при изгибе  $W_u$ , кручении  $W_k$  и площадь  $A$  вычисляют по нетто-сечению:

– для сплошного круглого сечения диаметром  $d$

$$W_u = \pi \cdot d^3 / 32; W_k = \pi \cdot d^3 / 16; A = \pi \cdot d^2 / 4; \quad (3.5)$$

– для полого круглого сечения (рис 3.1,а) с центральным осевым отверстием диаметром  $d_0$

$$W_u = \xi_w \cdot \pi \cdot d^3 / 32; W_k = \xi_w \cdot \pi \cdot d^3 / 16; A = \pi \cdot (d^2 - d_0^2) / 4, \quad (3.6)$$

где  $\xi_w = 1 - (d_0/d)^4$  – коэффициент пересчета:

$d_0/d \dots$	0,4	0,42	0,45	0,48	0,5	0,53	0,56	0,6	0,63	0,67	0,71
$\xi_w \dots$	0,974	0,969	0,959	0,947	0,938	0,921	0,901	0,87	0,842	0,8	0,747

– для вала с прямобочными шлицами (рис. 3.1,б)

$$W_u = \frac{\pi \cdot D^4 - b \cdot z \cdot (D-d) \cdot (D+d)^2}{32 \cdot D}; \quad (3.7)$$

$$W_k = 2 \cdot W_u; A = \pi \cdot d^4 / 4 - b \cdot z \cdot (D-d) / 2;$$

– для вала с эвольвентными шлицами и для вала-шестерни в сечении по зубьям формулы для вычисления геометрических характеристик поперечного сечения приведены в литературе //.

– для вала с одним шпоночным пазом (рис. 3.1,в)

$$\begin{aligned} W_u &= \pi \cdot d^3 / 32 - b \cdot h \cdot (2 \cdot d - h)^2 / (16 \cdot d); \\ W_k &= \pi \cdot d^3 / 16 - b \cdot h \cdot (2 \cdot d - h)^2 / (16 \cdot d); \\ A &= \pi \cdot d^2 / 4 - b \cdot h / 2; \end{aligned} \quad (3.8)$$

– для вала с двумя шпоночными пазами (рис. 3.1, г)

$$\begin{aligned} W_u &= \pi \cdot d^3 / 32 - b \cdot h \cdot (2 \cdot d - h)^2 / (8 \cdot d); \\ W_k &= \pi \cdot d^3 / 16 - b \cdot h \cdot (2 \cdot d - h)^2 / (8 \cdot d); \\ A &= \pi \cdot d^2 / 4 - b \cdot h; \end{aligned} \quad (3.9)$$

– для вала диаметром  $d$  с поперечным отверстием диаметром  $a$  (рис. 3.1, д)

$$\begin{aligned} W_u &= \pi \cdot d^3 \cdot (1 - 1.5 \cdot a/d) / 32; \\ W_k &= \pi \cdot d^3 \cdot (1 - 0.9 \cdot a/d) / 16; \\ A &= \pi \cdot d^2 / 4 - a \cdot d. \end{aligned} \quad (3.10)$$

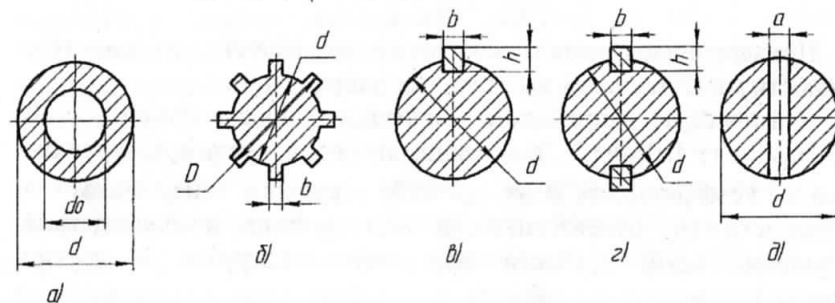


Рис. 3.1. Формы поперечных сечений валов

Нормальные  $\sigma_i$  и касательные  $\tau_i$  в рассматриваемом  $i$ -том сечении вала определяется по формулам:

$$\sigma_i = \frac{M_{ui}}{W_{ui}} + \frac{F_i}{A_i}; \quad (3.11)$$

$$\tau_i = \frac{T_i}{W_{ki}}. \quad (3.12)$$

Если в процессе работы передачи возможно появление кратковременных перегрузок (например, при пуске, разгоне, реверсировании и т.д.), то в формулы (3.11) и (3.12) необходимо подставлять  $M_{i\max} = k_n \cdot M_i$  и  $T_{i\max} = k_n \cdot T_i$  где  $k_n$  – коэффициент перегрузки ( $k_n \approx 2$ ).

Частные коэффициенты запаса прочности соответственно по нормальному и касательным напряжениям:

$$n_{T\sigma i} = \frac{\sigma_T}{\sigma_i}; n_{T\tau i} = \frac{\tau_T}{\tau_i}. \quad (3.13)$$

Пределы текучести материала вала  $\sigma_T$  и  $\tau_T$  определяются из табл. 3.1.



Общий коэффициент запаса прочности по пределу текучести при совместном действии нормальных и касательных напряжений:

$$n_{Ti} = \frac{n_{T\sigma i} \cdot n_{T\tau i}}{\sqrt{n_{T\sigma i}^2 + n_{T\tau i}^2}} \quad (3.14)$$

Приведенная формула соответствует расчету по гипотезе прочности максимальных касательных напряжений.

Статическую прочность считают обеспеченной если  $n_{Ti} > [n]_T$ , где  $[n]_T = 1,3 \dots 2$  – минимальное допустимое значение общего коэффициента запаса по текучести (назначают в зависимости от ответственности конструкции и последствий разрушения вала, точности определения нагрузок и других факторов).

Таблица 3.1

Механические характеристики сталей, применяемых для изготовления валов

Марка стали	Диаметр заготовки, мм	Твердость НВ (не менее)	Механические характеристики, МПа					Коэффициенты	
			$\sigma_B$	$\sigma_T$	$\tau_T$	$\sigma_{-1}$	$\tau_{-1}$	$\Psi_\tau$	$\Psi_\sigma$
Ст5	Любой	190	520	280	150	220	130	0,06	–
35	Любой	207	540	320	160	270	160	0,07	–
45	Любой	200	560	280	150	250	150	0,05	–
	$\leq 120$	227	820	640	290	360	200	0,09	–
40X	$\leq 80$	260	940	760	390	410	230	0,10	–
	Любой	200	730	500	280	320	200	0,05	0,1
40XH	$\leq 200$	240	790	640	380	370	210	0,09	0,15
	$\leq 120$	270	980	780	450	410	240	0,10	0,15
20X	Любой	240	820	650	390	360	210	0,05	0,1
	$\leq 200$	270	980	785	450	420	230	0,10	0,15
12XH3A	$\leq 120$	197	650	400	240	310	170	0,07	0,1
18XГТ	$\leq 60$	260	930	685	490	430	240	0,10	–
30XГТ	Любой	330	1180	930	660	500	280	0,12	–
	$\leq 120$	270	950	750	520	450	260	0,05	–
20X2H4A	$\leq 60$	320	1150	950	665	520	310	0,12	–
	$\leq 200$	415	1500	1200	840	650	330	0,15	–
35XM	Любой	321	1270	1080	740	550	330	0,12	–
25XГМ	Любой	270	930	835	480	450	290	0,12	–
	Любой	300	1200	1100	–	–	–	–	–

#### 4. Расчет на сопротивление усталости

Ниже рассмотрен упрощенный расчет на сопротивление усталости при регулярном нагружении (при постоянстве параметров циклов нагружений в течение всего времени эксплуатации). В расчете параметры цикла рассчитываются по максимальной из длительно действующих нагрузке. В упрощенном расчете не выделяют сил, не меняющих свое положение относительно вала, а также не учитывают наличие осевых сил. Это позволяет принять, что нормальные напряжения изменяются по симметричному циклу: с амплитудой (переменной составляющей)  $\sigma_a = \sigma_u$  и средним (постоянной составляющей)  $\sigma_m = 0$  напряжением, а касательные напряжения по отнулевому циклу:  $\sigma_m = 0$  и  $\tau_m = \tau_k / 2$ .

Расчет выполняют в форме проверки коэффициента  $S$  запаса прочности в предположительно опасных сечениях, предварительно намеченных в соответствии с формой вала, эпюрами моментов и расположением зон концентрации напряжений.

Прочность обеспечена, если  $S \geq [S]$ . Минимально допустимое значение коэффициента запаса прочности  $[S] = 1,5 \dots 2,5$ .

Для каждого из установленных предположительно опасных сечений вала вычисляют общий коэффициент  $S$  запаса прочности:

$$S = \frac{S_\sigma \cdot S_\tau}{\sqrt{S_\sigma^2 + S_\tau^2}} \geq [S]; \quad (4.1)$$

где  $S_\sigma$  и  $S_\tau$  – коэффициенты запаса соответственно по нормальным и касательным напряжениям, определяемые по зависимостям:

$$S_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma D} \cdot \sigma_a + \Psi_\sigma \cdot \sigma_m}; \quad (4.2)$$

$$S_\tau = \frac{\tau_{-1}}{K_{\tau D} \cdot \tau_a + \Psi_\tau \cdot \tau_m}; \quad (4.3)$$

где  $\sigma_{-1}$  и  $\tau_{-1}$  – пределы выносливости материала вала (табл. 3.1);  $K_{\sigma D}$  и  $K_{\tau D}$  – коэффициенты снижения предела выносливости;

$\Psi_\sigma$  и  $\Psi_\tau$  – коэффициенты чувствительности материала к асимметрии цикла нагружений соответственно при изгибе и кручении (табл. 3.1).

При отсутствии экспериментальных данных значения  $\sigma_{-1}$  и  $\tau_{-1}$  для сталей ориентировочно определяют по следующим соотношениям:

$$\sigma_{-1} = (0,55 + 0,0001 \cdot \sigma_B) \cdot \sigma_B;$$

$$\tau_{-1} = (0,5 \dots 0,6) \cdot \sigma_{-1},$$

где  $\sigma_B$  – значение временного сопротивления (МПа) материала вала (табл. 3.1), а значения  $\Psi_\sigma$  и  $\Psi_\tau$  определяют по соотношениям:

$$\Psi_\sigma = 0,02 + 2 \cdot 10^{-4} \cdot \sigma_B;$$

$$\Psi_\tau \approx 0,5 \cdot \Psi_\sigma.$$

Напряжение в опасных сечениях вычисляют по формулам:

$$\sigma_a = \frac{M_i}{W_{ui}}; \sigma_m = 0; \quad (4.4)$$

$$\tau_a = \frac{\tau_k}{2} = \frac{T_i}{2 \cdot W_{ki}}; \tau_m = \tau_a. \quad (4.5)$$

Значения  $K_{\sigma D}$  и  $K_{\tau D}$  вычисляют по зависимостям:

$$K_{\sigma D} = \frac{(K_\sigma / K_{d\sigma} + 1 / K_{F\sigma} - 1)}{K_v}; \quad (4.6)$$

$$K_{\tau D} = \frac{(K_\tau / K_{d\tau} + 1 / K_{F\tau} - 1)}{K_v},$$

где  $K_\sigma$  и  $K_\tau$  – эффективные коэффициенты концентрации напряжений при изгибе и кручении ( $K_\sigma > 1$ ,  $K_\tau > 1$ ). Учитывают влияние на предел выносливости изменения формы вала в осевом или поперечном сечении (переходный участок, шпоночный паз, шлицы, резьбы и др.). Концентратором напряжений является и давление в месте установки деталей с натягом (зубчатых колес, подшипников качения). Концентрация напряжений снижает предел выносливости. При действии в расчетном сечении нескольких

источников концентрации напряжений учитывают наиболее опасный из них (с наибольшим значением  $K_\sigma / K_{d\sigma}$  или  $K_\tau / K_{d\tau}$ );

$K_{d\sigma}, K_{d\tau}$  – коэффициенты влияния абсолютных размеров поперечного сечения ( $K_{d\sigma} < 1, K_{d\tau} < 1$ ). Чем больше абсолютные размеры поперечного сечения детали, тем меньше предел выносливости;

$K_{F\sigma}, K_{F\tau}$  – коэффициенты влияния качества обработки поверхности ( $K_F \leq 1$ ). С увеличением шероховатости поверхности детали предел выносливости понижается. Значительно снижает предел выносливости развитие коррозии в процессе работы;

$K_v$  – коэффициент влияния поверхностного упрочнения ( $K_v > 1$ ). Используют разные способы поверхностного упрочнения: цементация, поверхностную закалку ТВЧ, деформационное упрочнение (наклеп) накаткой роликами или дробеструйной обработкой. Упрочнение поверхности детали значительно повышает предел выносливости.

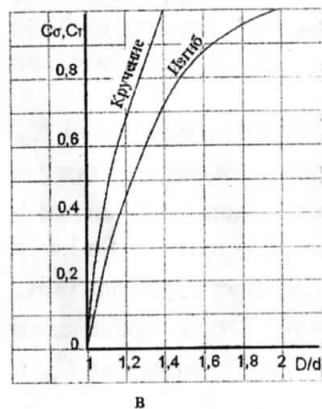
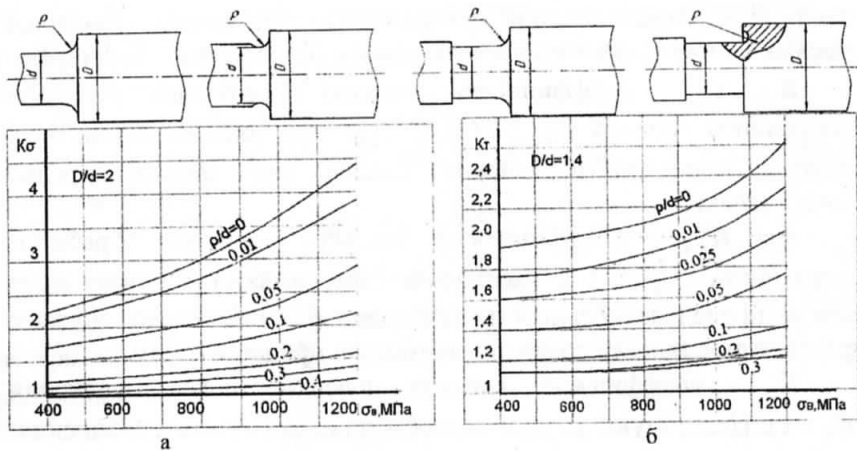
Эффективные коэффициенты концентраторов напряжений  $K_\sigma$  и  $K_\tau$  для различных концентраторов напряжений определяют по графикам или таблицам // . Для ступенчатых валов с галтелями и проточками значения  $K_\sigma$  при  $D/d = 2$  и  $K_\tau$  при  $D/d = 1,4$  в зависимости от отношения  $D/d$  и предела прочности материала  $\sigma_B$  приведены на рис. 4.1 а, б. Для значения  $D/d < 2$  при определении  $K_\sigma$  и  $K_\tau$  можно использовать поправочные коэффициенты  $C_\sigma$  и  $C_\tau$  (рис. 4.1 в, г).

В расчетах на прочность  $K_\sigma$  и  $K_\tau$  для ступенчатых валов можно также определить по формулам:

$$K_\sigma = 1 + q \cdot (\alpha_\sigma - 1); \quad (4.7)$$

$$K_\tau = 1 + q \cdot (\alpha_\tau - 1); \quad (4.8)$$

где значения коэффициентов чувствительности металла к концентрации напряжений  $q$  определяют по рис. 4.2, а значения теоретических коэффициентов концентрации напряжений  $\alpha_\sigma$  и  $\alpha_\tau$  определяют соответственно по рис. 4.3 и 4.4.



$$K_{\sigma} = 1 + C_{\sigma} \cdot \left( K_{\sigma} \left( \frac{D}{d} = 2 \right) - 1 \right);$$

$$K_{\tau} = 1 + C_{\tau} \cdot \left( K_{\tau} \left( \frac{D}{d} = 1,4 \right) - 1 \right).$$

Рис. 4.1. Значение коэффициентов концентрации напряжений  $K_{\sigma}$  и  $K_{\tau}$  и поправочных коэффициентов  $C_{\sigma}$  и  $C_{\tau}$  для ступенчатых валов

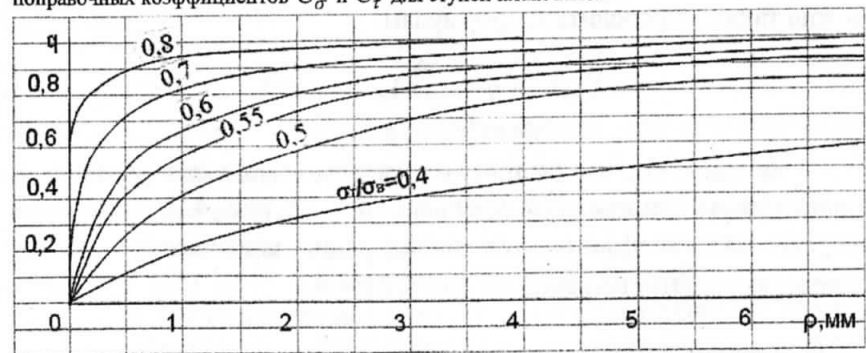


Рис. 4.2. Зависимость коэффициента чувствительности стали к концентрации напряжений  $q$  от радиуса выкружки  $\rho$

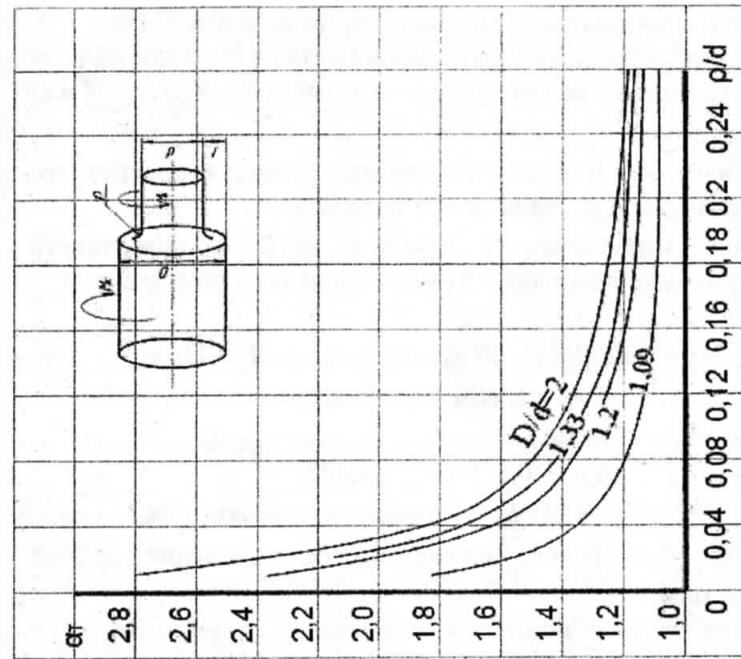


Рис. 4.4. Зависимость теоретического коэффициента концентрации напряжений  $\alpha_{\tau}$  от параметров ступенчатого вала с галтелью при кручении

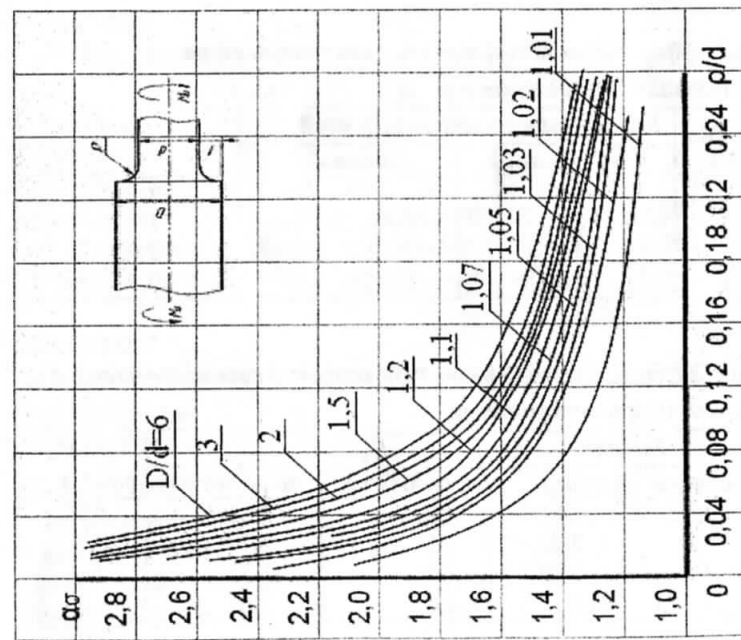


Рис. 4.3. Зависимость теоретического коэффициента концентрации напряжений  $\alpha_{\sigma}$  от параметров ступенчатого вала с галтелью при изгибе

Значения  $K_\sigma$  и  $K_\tau$  берут из таблиц: для шпоночного паза – табл. 4.1; для шлицевых и резьбовых участков валов – табл. 4.2. Для оценки концентрации напряжений в местах установки на валу деталей с натягом используются отношения  $K_\sigma/K_{d\sigma}$  или  $K_\tau/K_{d\tau}$  (табл. 4.3).

Значения коэффициентов абсолютных размеров поперечного сечения вала  $K_{d\sigma}$  и  $K_{d\tau}$  принимают по табл. 4.4.

Значения коэффициентов влияния качества поверхности  $K_{F\sigma}$ ,  $K_{F\tau}$  принимают по табл. 4.5., или определяют по формулам: при изгибе

$$K_{F\sigma} = 1 - 0,22 \cdot [\lg(\sigma_b/20 - 1)] \cdot \lg R_z, \text{ если } R_z > 1 \text{ мкм};$$

$$K_{F\sigma} = 1, \text{ если } R_z \leq 1 \text{ мкм};$$

при кручении

$$K_{F\tau} = 0,575 \cdot K_{F\sigma} + 0,425.$$

Здесь  $\sigma_b$  - в МПа;  $R_z$  - параметр шероховатости, мкм;  $R_z \approx 5,5R_a$ , где  $R_a$  - среднее арифметическое отклонение профиля поверхности, мкм.

Значения коэффициентов влияния поверхностного упрочнения  $K_y$  принимают по табл. 4.6.

Таблица 4.1

Значения эффективных коэффициентов концентраций напряжений  $K_\sigma$  и  $K_\tau$  для валов со шпоночным пазом

$\sigma_b, \text{МПа}$	$K_\sigma$ при выполнении паза фрезой		$K_\tau$
	концевой	дисковой	
500	1,8	1,5	1,4
700	2,0	1,55	1,7
900	2,2	1,7	2,05
1200	2,65	1,9	2,4

Таблица 4.2

Значения эффективных коэффициентов концентрации напряжений  $K_\sigma$  и  $K_\tau$  для валов со шлицами и резьбами

$\sigma_b, \text{МПа}$	$K_\sigma$ для		$K_\tau$ для		$K_\tau$ для резьбы
	шлицев	резьбы	прямобочных	эвольвентных	
500	1,45	1,8	2,25	1,43	1,35
700	1,6	2,2	2,5	1,49	1,7
900	1,7	2,45	2,65	1,55	2,1
1200	1,75	2,9	2,8	1,6	2,35

Таблица 4.3

Значения  $K_\sigma/K_{d\sigma}$ ,  $K_\tau/K_{d\tau}$  отношений для оценки концентрации напряжений в местах установки на валу деталей с натягом

Диаметр вала $d, \text{мм}$	$K_\sigma/K_{d\sigma}$ при $\sigma_b, \text{МПа}$				$K_\tau/K_{d\tau}$ при $\sigma_b, \text{МПа}$			
	500	700	900	1200	500	700	900	1200
30	2,6	3,3	4,0	5,1	1,5	2,0	2,4	3,05
40	2,75	3,5	4,3	5,4	1,65	2,1	2,6	3,25
50	2,9	3,7	4,5	5,7	1,75	2,2	2,7	3,4
60	3,0	3,85	4,7	5,95	1,8	2,3	2,8	3,55
70	3,1	4,0	4,85	6,15	1,85	2,4	2,9	3,7
80	3,2	4,1	4,95	6,3	1,9	2,45	3,0	3,8
90	3,3	4,2	5,1	6,45	1,95	2,5	3,05	3,9
100	3,35	4,3	5,2	6,6	2,0	2,55	3,1	3,95

Таблица 4.4

Значения коэффициентов абсолютных размеров поперечного сечения  $K_{d\sigma}$  и  $K_{d\tau}$

Напряженное состояние и материал	$K_{d\sigma}$ ( $K_{d\tau}$ ) при диаметре вала $d, \text{мм}$ .					
	20	30	40	50	70	100
Изгиб для углеродистой стали	0,92	0,88	0,85	0,81	0,76	0,71
Кручение для всех сталей и изгиб для легированной стали	0,83	0,77	0,73	0,70	0,65	0,59

Таблица 4.5

Значения коэффициентов влияния качества поверхности  $K_{F\sigma}$ ,  $K_{F\tau}$

Вид механической обработки	Параметр шероховатости $R_a, \text{мкм}$	$K_{F\sigma}$ при $\sigma_b, \text{МПа}$		$K_{F\tau}$ при $\sigma_b, \text{МПа}$	
		$\leq 700$	$> 700$	$\leq 700$	$> 700$
Шлиф. тонкое	до 0,2	1	1	1	1
Обтач. тонкое	0,2...0,8	0,99...0,93	0,99...0,91	0,99...0,96	0,99...0,95
Шлиф. чистовое	0,8...1,6	0,93...0,89	0,93...0,89	0,96...0,94	0,95...0,92
Обтач. чистовое	1,6...3,2	0,89...0,86	0,86...0,82	0,94...0,92	0,92...0,89

Таблица 4.6

Значение коэффициента  $K_y$  при различных способах упрочнения детали

Вид упрочнения поверхности вала	Значения $K_y$ при:		
	$K_\sigma = 1,0$	$K_\sigma = 1,1...1,5$	$K_\sigma \geq 1,8$
Закалка ТВЧ	1,3...1,6	1,6...1,7	2,4...2,8
Азотирование	1,15...1,25	1,3...1,9	2,0...3,0
Накатка роликом	1,2...1,4	1,5...1,7	1,8...2,2
Дробеструйный наклеп	1,1...1,3	1,4...1,5	1,6...2,5
Без упрочнения	1,0	1,0	1,0

## 5. Примеры выполнения расчетов валов цилиндрических редукторов

### 5.1. Расчет промежуточного вала цилиндрического двухступенчатого редуктора развернутой схемы

#### 5.1.1. Исходные данные для расчета

Вал изображен на рис. 5.1. Материал вала – сталь 25ХГМ, имеющая следующие характеристики:

предел прочности  $\sigma_B = 1200 \text{ МПа}$ ,

предел текучести при изгибе  $\sigma_T = 1100 \text{ МПа}$ ,

предел текучести при кручении  $\tau_T = 550 \text{ МПа}$ ,

предел выносливости при изгибе  $\sigma_{-1} = 516 \text{ МПа}$ ,

предел выносливости при кручении  $\tau_{-1} = 309,6 \text{ МПа}$ ,

коэффициенты чувствительности к асимметрии цикла  $\Psi_\sigma = 0,26$  и  $\Psi_\tau = 0,13$ .

Вал упрочнен с помощью закалки ТВЧ.

Из расчетов зубчатых передач редуктора: максимальный крутящий момент  $T = 314,36 \text{ Н} \cdot \text{м}$ ; силы в зацеплении  $F_{t1T} = 14550 \text{ Н}$ ,  $F_{t2B} = 3680 \text{ Н}$ ;  $F_{a1T} = 5296 \text{ Н}$ ,  $F_{a2B} = 1073 \text{ Н}$ ;  $F_{r1T} = 5640 \text{ Н}$ ,  $F_{r2B} = 1390 \text{ Н}$ ; диаметры колес  $d_{1T} = 0,0415 \text{ м}$ ,  $d_{2B} = 0,1708 \text{ м}$ ,  $b_{1T} = 0,052 \text{ м}$ .

Размеры по длине вала: установочную базу для подшипников 7607А определяем согласно табл.2.1:

$$h = 0,5 \left( T + \frac{d+D}{3} e \right) = 0,5 \left( 32,75 + \frac{35+80}{3} 0,3 \right) = 22,13 \text{ мм} = 0,022 \text{ м};$$

чертежа редуктора:  $a = 0,037 \text{ м}$ ,  $b = 0,0385 \text{ м}$ ,  $c = 0,04 \text{ м}$ ,

$$l = a + b + c = 0,1155 \text{ м}.$$

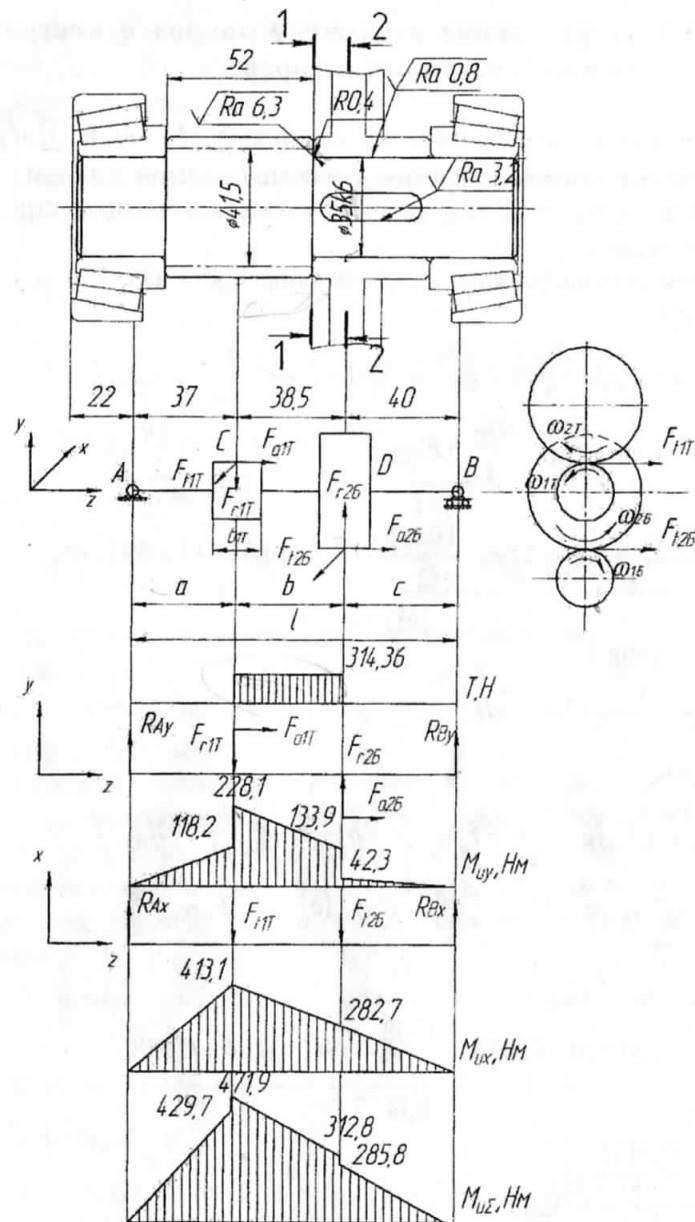


Рис. 5.1. Расчетная схема и эпюры моментов промежуточного вала

### 5.1.2. Определение реакций в опорах и построение эпюр внутренних силовых факторов

Реакции в опорах ищем из условий  $\sum M_A = 0$  и  $\sum M_B = 0$ . Если момент действует против движения часовой стрелки, то он считается положительным, если по движению часовой стрелки — отрицательным.

Определение реакций в опорах в плоскости YZ:

$$\sum M_A = 0;$$

$$-F_{r1T} \cdot a - F_{a1T} \cdot \frac{d_{1T}}{2} + F_{r2B} \cdot (a+b) + F_{a2B} \cdot \frac{d_{2B}}{2} + R_{By} \cdot l = 0$$

$$R_{By} = \frac{F_{r1T} \cdot a + F_{a1T} \cdot \frac{d_{1T}}{2} - F_{r2B} \cdot (a+b) - F_{a2B} \cdot \frac{d_{2B}}{2}}{l};$$

$$R_{By} = \frac{5640 \cdot 0,037 + 5296 \cdot \frac{0,0415}{2} - 1390 \cdot (0,037 + 0,0385) -}{0,1155}$$

$$\frac{-1073 \cdot \frac{0,1708}{2}}{2} = 1056,2H;$$

$$\sum M_B = 0;$$

$$-F_{r2B} \cdot c + F_{a2B} \cdot \frac{d_{2B}}{2} + F_{r1T} \cdot (c+b) - F_{a1T} \cdot \frac{d_{1T}}{2} - R_{Ay} \cdot l = 0$$

$$R_{Ay} = \frac{-F_{r2B} \cdot c + F_{a2B} \cdot \frac{d_{2B}}{2} + F_{r1T} \cdot (c+b) - F_{a1T} \cdot \frac{d_{1T}}{2}}{l};$$

$$R_{Ay} = \frac{-1390 \cdot 0,04 + 1073 \cdot \frac{0,1708}{2} + 5640 \cdot (0,04 + 0,0385) -}{0,1155}$$

$$\frac{-5296 \cdot \frac{0,0415}{2}}{2} = 3193,8H.$$

Если одна или обе реакции  $R_{Ay}$  и  $R_{By}$  в результате расчета окажутся со знаком минус, то необходимо на расчетной схеме изменить направление реакции на противоположное.

Проверка правильности определения реакций:

$$\sum Y = 0; R_{Ay} - F_{r1T} + F_{r2B} + R_{By} = 0$$

$$3193,8 - 5640 + 1390 + 1056,2 = 0$$

Определение реакций в опорах в плоскости XZ:

$$\sum M_A = 0; -F_{l1T} \cdot a - F_{l2B} \cdot (a+b) + R_{Bx} \cdot l = 0$$

$$R_{Bx} = \frac{F_{l1T} \cdot a + F_{l2B} \cdot (a+b)}{l};$$

$$R_{Bx} = \frac{14550 \cdot 0,037 + 3680 \cdot (0,037 + 0,0385)}{0,1155} = 7066,6H;$$

$$\sum M_B = 0; F_{l2B} \cdot c + F_{l1T} \cdot (c+b) - R_{Ax} \cdot l = 0$$

$$R_{Ax} = \frac{F_{l2B} \cdot c + F_{l1T} \cdot (c+b)}{l};$$

$$R_{Ax} = \frac{3680 \cdot 0,04 + 14550 \cdot (0,04 + 0,0385)}{0,1155} = 11163,4H.$$

Проверка правильности определения реакций:

$$\sum X = 0; R_{Ax} - F_{l1T} - F_{l2B} + R_{Bx} = 0$$

$$11163,4 - 14550 - 3680 + 7066,6 = 0.$$

Построение эпюр:

При определении изгибающих моментов и построении их эпюр принимают известное /6/ правило знаков. Изгибающий момент  $M$  в сечении положителен, если он вызывает сжатие в верхних волокнах балки, если в нижних, то отрицателен. С учетом указанного правила знаков эпюры строят со стороны сжатых волокон.

Значения изгибающих моментов  $M_{iy}$  в характерных сечениях вала:

$$\text{в точке А: } M_{iy}^A = 0$$

$$\text{в точке В: } M_{iy}^B = 0$$

$$\text{в точке С справа: } M_{iy}^C = R_{Ay} \cdot a = 3193,8 \cdot 0,037 = 118,2H \cdot м$$

$$\text{в точке С слева: } M_{iy}^C = R_{By} \cdot (c+b) + F_{a2B} \cdot \frac{d_{2B}}{2} + F_{r2B} \cdot b$$

$$M_{\Sigma y}^C = 1056,2 \cdot (0,04 + 0,0385) + 1073 \cdot \frac{0,1708}{2} + 1390 \cdot 0,0385 = 228,1 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

в точке D справа:  $M_{\Sigma y}^D = R_{Ay} \cdot (a + b) + F_{a1T} \cdot \frac{d_{1T}}{2} - F_{r1T} \cdot b$

$$M_{\Sigma y}^D = 3193,8 \cdot (0,037 + 0,0385) + 5296 \cdot \frac{0,0415}{2} - 5640 \cdot 0,0385 =$$

$$= 133,9 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

в точке D слева:  $M_{\Sigma y}^D = R_{By} \cdot c = 1056,2 \cdot 0,04 = 42,3 \text{ Н} \cdot \text{м}$

Значения изгибающих моментов  $M_{ix}$  в характерных сечениях

вала:

в точке А:  $M_{ix}^A = 0$

в точке В:  $M_{ix}^B = 0$

в точке С:  $M_{ix}^C = R_{Ax} \cdot a = 11163,4 \cdot 0,037 = 413,1 \text{ Н} \cdot \text{м}$

в точке D:  $M_{ix}^D = R_{Bx} \cdot c = 7066,6 \cdot 0,04 = 282,7 \text{ Н} \cdot \text{м}$

Значения суммарных изгибающих моментов

$$M_{\Sigma i} = \sqrt{M_{\Sigma y}^2 + M_{ix}^2} \text{ в характерных сечениях вала:}$$

в точке А:  $M_{\Sigma i}^A = 0$

в точке В:  $M_{\Sigma i}^B = 0$

в точке С справа:  $M_{\Sigma i}^C = \sqrt{118,2^2 + 413,1^2} = 429,7 \text{ Н} \cdot \text{м}$

в точке С слева:  $M_{\Sigma i}^C = \sqrt{228,1^2 + 413,1^2} = 471,9 \text{ Н} \cdot \text{м}$

в точке D справа:  $M_{\Sigma i}^D = \sqrt{133,9^2 + 282,7^2} = 312,8 \text{ Н} \cdot \text{м}$

в точке D слева:  $M_{\Sigma i}^D = \sqrt{42,3^2 + 282,7^2} = 285,8 \text{ Н} \cdot \text{м}$

Эпюры изгибающих моментов приведены на рис. 5.1.

Суммарные реакции в опорах:

$$R_A = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Ay}^2} = \sqrt{11163,5^2 + 3193,8^2} = 11611,3 \text{ Н}$$

$$R_B = \sqrt{R_{Bx}^2 + R_{By}^2} = \sqrt{7066,6^2 + 1056,2^2} = 7145,1 \text{ Н}$$

Анализ эпюр внутренних силовых факторов и несущей способности сечений вала показал, что опасными сечениями являются сечения:

1-1 – место перехода от шестерни к валу;

2-2 – место шпоночного соединения вала с колесом и соединение с натягом.

### 5.1.3. Расчет на статическую прочность

Для сечения 1-1:

$$M_y^{1-1} = R_{Ay} \cdot \left( a + \frac{b_{1T}}{2} \right) + F_{a1T} \cdot \frac{d_{1T}}{2} - F_{r1T} \cdot \frac{b_{1T}}{2}$$

$$M_y^{1-1} = 3193,8 \cdot \left( 0,037 + \frac{0,052}{2} \right) + 5296 \cdot \frac{0,0415}{2} - 5640 \cdot \frac{0,052}{2} =$$

$$= 164,5 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$M_x^{1-1} = R_{Ax} \cdot \left( a + \frac{b_{1T}}{2} \right) - F_{r1T} \cdot \frac{b_{1T}}{2}$$

$$M_x^{1-1} = 11163,4 \cdot \left( 0,037 + \frac{0,052}{2} \right) - 14550 \cdot \frac{0,052}{2} = 324,9 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$M^{1-1} = \sqrt{164,5^2 + 324,9^2} = 364,2 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Определение геометрических характеристик опасных сечений вала:

$$W_u^{1-1} = \frac{\pi \cdot d^3}{32} = \frac{\pi \cdot (0,035)^3}{32} = 4,21 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$$

$$W_k^{1-1} = \frac{\pi \cdot d^3}{16} = \frac{\pi \cdot (0,035)^3}{16} = 8,42 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$$

$$A^{1-1} = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{\pi \cdot (0,035)^2}{4} = 0,96 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$$

Определение действующих напряжений:

$$\sigma^{1-1} = \frac{M^{1-1}}{W_u^{1-1}} + \frac{F_{a1T}}{A^{1-1}} = \frac{364,2}{4,21 \cdot 10^{-6}} + \frac{5296}{0,96 \cdot 10^{-3}} = 92,03 \text{ МПа}$$

$$\tau^{1-1} = \frac{T}{W_k^{1-1}} = \frac{314,36}{8,42 \cdot 10^{-6}} = 37,34 \text{ МПа}$$

Запас прочности:

$$n_{T\sigma}^{1-1} = \frac{\sigma_T}{\sigma^{1-1}} = \frac{1100}{92,03} = 11,95$$

$$n_{T\tau}^{1-1} = \frac{\tau_T}{\tau^{1-1}} = \frac{550}{37,34} = 14,73$$

$$n_T^{1-1} = \frac{n_{T\sigma}^{1-1} \cdot n_{T\tau}^{1-1}}{\sqrt{(n_{T\sigma}^{1-1})^2 + (n_{T\tau}^{1-1})^2}} = \frac{11,95 \cdot 14,73}{\sqrt{11,95^2 + 14,73^2}} = 9,3$$

Значение общего коэффициента запаса прочности в сечении 1-1  $n_T = 9,3 > [n_T] = 1,3 \dots 2$ , значит, статическая прочность в сечении 1-1 обеспечена

Для сечения 2-2:

$$M_y^{2-2} = 133,9 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$M_x^{2-2} = 282,7 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$M^{2-2} = 312,8 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Определение геометрических характеристик опасных сечений вала:

$$W_u^{2-2} = \frac{\pi \cdot d^3}{32} - \frac{b \cdot h \cdot (2 \cdot d - h)^2}{16 \cdot d}$$

$$W_u^{2-2} = \frac{\pi \cdot (0,035)^3}{32} - \frac{0,01 \cdot 0,008 \cdot (2 \cdot 0,035 - 0,008)^2}{16 \cdot 0,035} = 3,658 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$$

$$W_k^{2-2} = \frac{\pi \cdot d^3}{16} - \frac{b \cdot h \cdot (2 \cdot d - h)^2}{16 \cdot d}$$

$$W_k^{2-2} = \frac{\pi \cdot (0,035)^3}{16} - \frac{0,01 \cdot 0,008 \cdot (2 \cdot 0,035 - 0,008)^2}{16 \cdot 0,035} = 7,865 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$$

$$A^{2-2} = \frac{\pi \cdot d^2}{4} - \frac{b \cdot h}{2} = \frac{\pi \cdot (0,035)^2}{4} - \frac{0,01 \cdot 0,008}{2} = 0,922 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$$

Определение действующих напряжений:

$$\sigma^{2-2} = \frac{M^{2-2}}{W_u^{2-2}} + \frac{F_{a2B}}{A^{2-2}} = \frac{312,8}{3,658 \cdot 10^{-6}} + \frac{1073}{0,922 \cdot 10^{-3}} = 86,67 \text{ МПа}$$

$$\tau^{2-2} = \frac{T}{W_k^{2-2}} = \frac{314,36}{7,865 \cdot 10^{-6}} = 39,97 \text{ МПа}$$

Запас прочности:

$$n_{T\sigma}^{2-2} = \frac{\sigma_T}{\sigma^{2-2}} = \frac{1100}{86,67} = 12,69$$

$$n_{T\tau}^{2-2} = \frac{\tau_T}{\tau^{2-2}} = \frac{550}{39,97} = 13,76$$

$$n_T^{2-2} = \frac{n_{T\sigma}^{2-2} \cdot n_{T\tau}^{2-2}}{\sqrt{(n_{T\sigma}^{2-2})^2 + (n_{T\tau}^{2-2})^2}} = \frac{12,69 \cdot 13,76}{\sqrt{12,69^2 + 13,76^2}} = 9,3$$

Значение общего коэффициента запаса прочности в сечении 2-2  $n_T = 9,3 > [n_T] = 1,3 \dots 2$ , значит, статическая прочность в сечении 2-2 обеспечена.

### 5.1.4. Расчет вала на сопротивление усталости

Для сечения 1-1:

В сечении 1-1 источником концентрации напряжений является ступенчатый переход с галтелью. Для радиуса галтели  $R = 0,4 \text{ мм}$ , делительного диаметра шестерни  $41,5 \text{ мм}$ , диаметра вала  $35 \text{ мм}$ ,

имеем  $\frac{D}{d} = \frac{41,5}{35} = 1,185$ ;  $\frac{R}{d} = \frac{0,4}{35} = 0,011$ . Принимаем  $\frac{D}{d} = 1,2$ ;  $\frac{R}{d} = 0,01$

и по графикам и формулам рис. 4.1 определяем значения эффективных коэффициентов концентрации напряжений для ступенчатого перехода с галтелью в сечении 1-1:

Значения эффективных коэффициентов концентрации напряжений для ступенчатого перехода с галтелью принимаем по графикам 4.1:

$$K_\sigma = 1 + C_\sigma (K_{\sigma(D/d=2)} - 1) = 1 + 0,45 \cdot (3,9 - 1) = 2,305;$$

$$K_\tau = 1 + C_\tau (K_{\tau(D/d=1,4)} - 1) = 1 + 0,7 \cdot (2,3 - 1) = 1,95.$$

Значения коэффициентов влияния абсолютных размеров поперечного сечения принимаем по табл. 4.4:

$$K_{d\sigma} = 0,75; K_{d\tau} = 0,75$$

Значения коэффициентов влияния качества поверхности при шероховатости  $R_a = 6,3 \text{ мкм}$ :

$$K_{F\sigma} = 1 - 0,22 \cdot \left( \lg \frac{\sigma_B}{20} - 1 \right) \cdot \lg R_z = 1 - 0,22 \cdot \left( \lg \frac{1200}{20} - 1 \right) \cdot \lg 5,5 \times$$

$$\times 6,3 = 0,736$$

$$K_{F\tau} = 0,575 \cdot K_{F\sigma} + 0,425 = 0,575 \cdot 0,736 + 0,425 = 0,848$$



Значение коэффициента влияния поверхностного упрочнения по табл. 4.6:

$$K_v = 2,4$$

Значения коэффициентов снижения предела выносливости:

$$K_{\sigma D} = \left( \frac{K_{\sigma}}{K_{d\sigma}} + \frac{1}{K_{F\sigma}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{K_v} = \left( \frac{2,305}{0,75} + \frac{1}{0,736} - 1 \right) \cdot \frac{1}{2,4} = 1,43$$

$$K_{\tau D} = \left( \frac{K_{\tau}}{K_{d\tau}} + \frac{1}{K_{F\tau}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{K_v} = \left( \frac{1,95}{0,75} + \frac{1}{0,848} - 1 \right) \cdot \frac{1}{2,4} = 1,135$$

Амплитуды напряжений и среднее напряжение цикла:

$$\sigma_a^{1-1} = \sigma_u^{1-1} = \frac{M^{1-1}}{W_u^{1-1}} = \frac{364,2}{4,21 \cdot 10^{-6}} = 86,51 \text{ МПа}$$

$$\sigma_m^{1-1} = 0$$

$$\tau_a^{1-1} = \frac{\tau_k^{1-1}}{2} = \frac{T}{2 \cdot W_k^{1-1}} = \frac{314,36}{2 \cdot 8,42 \cdot 10^{-6}} = 18,67 \text{ МПа}$$

$$\tau_m^{1-1} = \tau_a^{1-1}$$

Коэффициенты запаса:

$$S_{\sigma}^{1-1} = \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma D} \cdot \sigma_a^{1-1} + \Psi_{\sigma} \cdot \sigma_m^{1-1}} = \frac{516}{1,43 \cdot 86,51 + 0} = 4,17$$

$$S_{\tau}^{1-1} = \frac{\tau_{-1}}{K_{\tau D} \cdot \tau_a^{1-1} + \Psi_{\tau} \cdot \tau_m^{1-1}} = \frac{309,6}{1,135 \cdot 18,67 + 0,13 \cdot 18,67} = 13,11$$

$$S^{1-1} = \frac{S_{\sigma}^{1-1} \cdot S_{\tau}^{1-1}}{\sqrt{(S_{\sigma}^{1-1})^2 + (S_{\tau}^{1-1})^2}} = \frac{4,17 \cdot 13,11}{\sqrt{4,17^2 + 13,11^2}} = 3,97$$

Значение общего коэффициента запаса прочности в сечении 1-1  $S = 3,97 > [S] = 1,5 \dots 2,5$ , значит, усталостная прочность в сечении 1-1 обеспечена.

Для сечения 2-2:

В сечении 2-2 источниками концентрации напряжений являются шпоночный паз, выполненный концевой фрезой, и натяг при установке колеса на вал.

Значения эффективных коэффициентов концентрации напряжений для шпоночного паза принимаем по табл. 4.1:

$$K_{\sigma} = 2,65; K_{\tau} = 2,4$$

Значения коэффициентов влияния абсолютных размеров поперечного сечения принимаем по табл. 4.4:

$$K_{d\sigma} = 0,75; K_{d\tau} = 0,75$$

Значения коэффициентов  $K_{\sigma}/K_{d\sigma}$  и  $K_{\tau}/K_{d\tau}$  для соединения с натягом принимаем по табл. 4.3:

$$\frac{K_{\sigma}}{K_{d\sigma}} = 5,25; \frac{K_{\tau}}{K_{d\tau}} = 3,15$$

Значения коэффициентов влияния качества поверхности при шероховатости  $R_a = 3,2 \text{ мкм}$  для шпоночного паза принимаем по табл. 4.5:

$$K_{F\sigma} = 0,82; K_{F\tau} = 0,89$$

Значения коэффициентов влияния качества поверхности при шероховатости  $R_a = 0,8 \text{ мкм}$  для соединения с натягом принимаем по табл. 4.5:

$$K_{F\sigma} = 0,91; K_{F\tau} = 0,95$$

Значение коэффициента влияния поверхностного упрочнения принимаем по табл. 4.6:

$$K_v = 2,4$$

Значения коэффициентов снижения предела выносливости для шпоночного паза:

$$K_{\sigma D1} = \left( \frac{K_{\sigma}}{K_{d\sigma}} + \frac{1}{K_{F\sigma}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{K_v} = \left( \frac{2,65}{0,75} + \frac{1}{0,82} - 1 \right) \cdot \frac{1}{2,4} = 1,56$$

$$K_{\tau D1} = \left( \frac{K_{\tau}}{K_{d\tau}} + \frac{1}{K_{F\tau}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{K_v} = \left( \frac{2,4}{0,75} + \frac{1}{0,89} - 1 \right) \cdot \frac{1}{2,4} = 1,383$$

Значения коэффициентов снижения предела выносливости для соединения с натягом:

$$K_{\sigma D2} = \left( \frac{K_{\sigma}}{K_{d\sigma}} + \frac{1}{K_{F\sigma}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{K_v} = \left( 5,25 + \frac{1}{0,91} - 1 \right) \cdot \frac{1}{2,4} = 2,229$$

$$K_{\tau D2} = \left( \frac{K_{\tau}}{K_{d\tau}} + \frac{1}{K_{F\tau}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{K_v} = \left( 3,15 + \frac{1}{0,95} - 1 \right) \cdot \frac{1}{2,4} = 1,335$$

Из полученных значений коэффициентов снижения выносливости в сечении 2-2 выбираем для расчета коэффициенты с наибольшим значениям  $K_{\sigma D2} = 2,229$  и  $K_{\tau D1} = 1,383$

Амплитуды напряжений и среднее напряжение цикла:

$$\sigma_a^{2-2} = \sigma_u^{2-2} = \frac{M^{2-2}}{W_u^{2-2}} = \frac{312,8}{3,658 \cdot 10^{-6}} = 85,51 \text{ Па МПа}$$

$$\sigma_m^{2-2} = 0$$

$$\tau_a^{2-2} = \frac{\tau_k^{2-2}}{2} = \frac{T}{2 \cdot W_k^{2-2}} = \frac{314,36}{2 \cdot 7,865 \cdot 10^{-6}} = 19,985 \text{ МПа}$$

$$\tau_m^{2-2} = \tau_a^{2-2}$$

Коэффициенты запаса:

$$S_\sigma^{2-2} = \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma D} \cdot \sigma_a^{2-2} + \Psi_\sigma \cdot \sigma_m^{2-2}} = \frac{516}{2,229 \cdot 85,51 + 0} = 2,71$$

$$S_\tau^{2-2} = \frac{\tau_{-1}}{K_{\tau D} \cdot \tau_a^{2-2} + \Psi_\tau \cdot \tau_m^{2-2}} = \frac{309,6}{1,383 \cdot 19,985 + 0,13 \cdot 19,985}$$

$$= 10,24$$

$$S^{2-2} = \frac{S_\sigma^{2-2} \cdot S_\tau^{2-2}}{\sqrt{(S_\sigma^{2-2})^2 + (S_\tau^{2-2})^2}} = \frac{2,71 \cdot 10,24}{\sqrt{2,71^2 + 10,24^2}} = 2,62$$

Значение общего коэффициента запаса прочности в сечении 2-2  $S = 2,62 > [S] = 1,5 \dots 2,5$ , значит, усталостная прочность в сечении 2-2 обеспечена.

## 5.2. Расчет выходного вала цилиндрического двухступенчатого редуктора развернутой схемы

### 5.2.1. Исходные данные для расчета

Вал изображен на рис. 5.2. Материал вала – сталь 25ХГМ, имеющая следующие характеристики:

предел прочности  $\sigma_B = 1200 \text{ МПа}$ ,

предел текучести при изгибе  $\sigma_T = 1100 \text{ МПа}$ ,

предел текучести при кручении  $\tau_T = 550 \text{ МПа}$ ,

предел выносливости при изгибе  $\sigma_{-1} = 516 \text{ МПа}$ ,

предел выносливости при кручении  $\tau_{-1} = 309,6 \text{ МПа}$ ,

коэффициенты чувствительности к асимметрии цикла

$$\Psi_\sigma = 0,26 \text{ и } \Psi_\tau = 0,13.$$

Вал упрочнен с помощью закалки ТВЧ.

Из расчетов зубчатых передач редуктора: максимальный крутящий момент на валу  $T = 2020,2 \text{ Н} \cdot \text{м}$ , силы в зацеплении  $F_{t2T} = 14550 \text{ Н}$ ,  $F_{a2T} = 5296 \text{ Н}$ ,  $F_{r2T} = 5640 \text{ Н}$ , диаметр колеса  $d_{2T} = 0,27775 \text{ м}$ . Из расчета муфты: консольная сила  $F_M = 8421 \text{ Н}$ .

Размеры по длине вала: установочную базу для подшипников 7311К определяем согласно табл. 2.1:

$$h = 0,5 \left( T + \frac{d+D}{3} e \right) = 0,5 \left( 31,5 + \frac{55+120}{3} 0,37 \right) = 25 \text{ мм} = 0,025 \text{ м}; \text{ из}$$

чертежа редуктора:

$$a = 0,04 \text{ м}, b = 0,0615 \text{ м}, c = 0,108 \text{ м}, l = a + b + c = 0,2095 \text{ м}.$$

### 5.2.2. Определение реакций в опорах и построение эпюр внутренних силовых факторов

Реакции в опорах ищем из условий  $\sum M_A = 0$  и  $\sum M_B = 0$ . Если момент действует против движения часовой стрелки, то он считается положительным, если по движению часовой стрелки – отрицательным.

Определение реакций в опорах в плоскости YZ:

$$\sum M_A = 0; F_{r2T} \cdot a - F_{a2T} \cdot \frac{d_{2T}}{2} + R_{By} \cdot (a+b) = 0$$

$$R_{By} = \frac{F_{r2T} \cdot a + F_{a2T} \cdot \frac{d_{2T}}{2}}{a+b} = \frac{5640 \cdot 0,04 + 5296 \cdot \frac{0,27775}{2}}{0,04 + 0,0615} = 5023,5 \text{ Н};$$

$$\sum M_B = 0; -F_{r2T} \cdot b - F_{a2T} \cdot \frac{d_{2T}}{2} + R_{Ay} \cdot (a+b) = 0$$

$$R_{Ay} = \frac{F_{r2T} \cdot b + F_{a2T} \cdot \frac{d_{2T}}{2}}{a+b} = \frac{5640 \cdot 0,0615 + 5296 \cdot \frac{0,27775}{2}}{0,04 + 0,0615} = 10663,5 \text{ Н};$$

Если одна или обе реакции  $R_{Ay}$  и  $R_{By}$  в результате расчета окажутся со знаком минус, то необходимо на расчетной схеме изменить направление реакции на противоположное.

Проверка правильности определения реакций:

$$\sum Y = 0; -R_{Ay} + F_{r2T} + R_{By} = 0$$

$$3353,7 - 5640 + 1390 + 896,3 = 0$$

Определение реакций в опорах в плоскости XZ:

$$\sum M_A = 0; F_{t2T} \cdot a + R_{Bx} \cdot (a+b) - F_M \cdot l = 0$$

$$R_{Bx} = \frac{-F_{t2T} \cdot a + F_M \cdot l}{a+b} = \frac{-14550 \cdot 0,04 + 8421 \cdot 0,2095}{0,04 + 0,0615} = 11647,3 \text{ Н};$$

$$\sum M_B = 0; -F_M \cdot c - F_{t2T} \cdot b + R_{Ax} \cdot (a+b) = 0$$

$$R_{Ax} = \frac{F_M \cdot c + F_{t2T} \cdot b}{a+b} = \frac{8421 \cdot 0,108 + 14550 \cdot 0,0615}{0,04 + 0,0615} = 17776,3 \text{ Н};$$

Проверка правильности определения реакций:

$$\sum X = 0; -R_{Ax} + F_{t2T} + R_{Bx} - F_M = 0$$

$$-17776,3 + 14550 + 11647,3 - 8421 = 0.$$

Построение эпюр:

При определении изгибающих моментов и построении их эпюр принимают известное /6/ правило знаков. Изгибающий момент  $M$  в сечении положителен, если он вызывает сжатие в верхних волокнах балки, если в нижних, то отрицателен. С учетом указанного правила знаков эпюры строят со стороны сжатых волокон.

Значения изгибающих моментов  $M_{iy}$  в характерных сечениях вала:

в точке А:  $M_{iy}^A = 0$

в точке В:  $M_{iy}^B = 0$

в точке С справа:  $M_{iy}^C = -R_{Ay} \cdot a = -10663,5 \cdot 0,04 = -426,5 \text{ Н} \cdot \text{м}$

в точке С слева:  $M_{iy}^C = R_{By} \cdot b = 5023,5 \cdot 0,0615 = 308,9 \text{ Н} \cdot \text{м}$

в точке D:  $M_{iy}^D = 0$

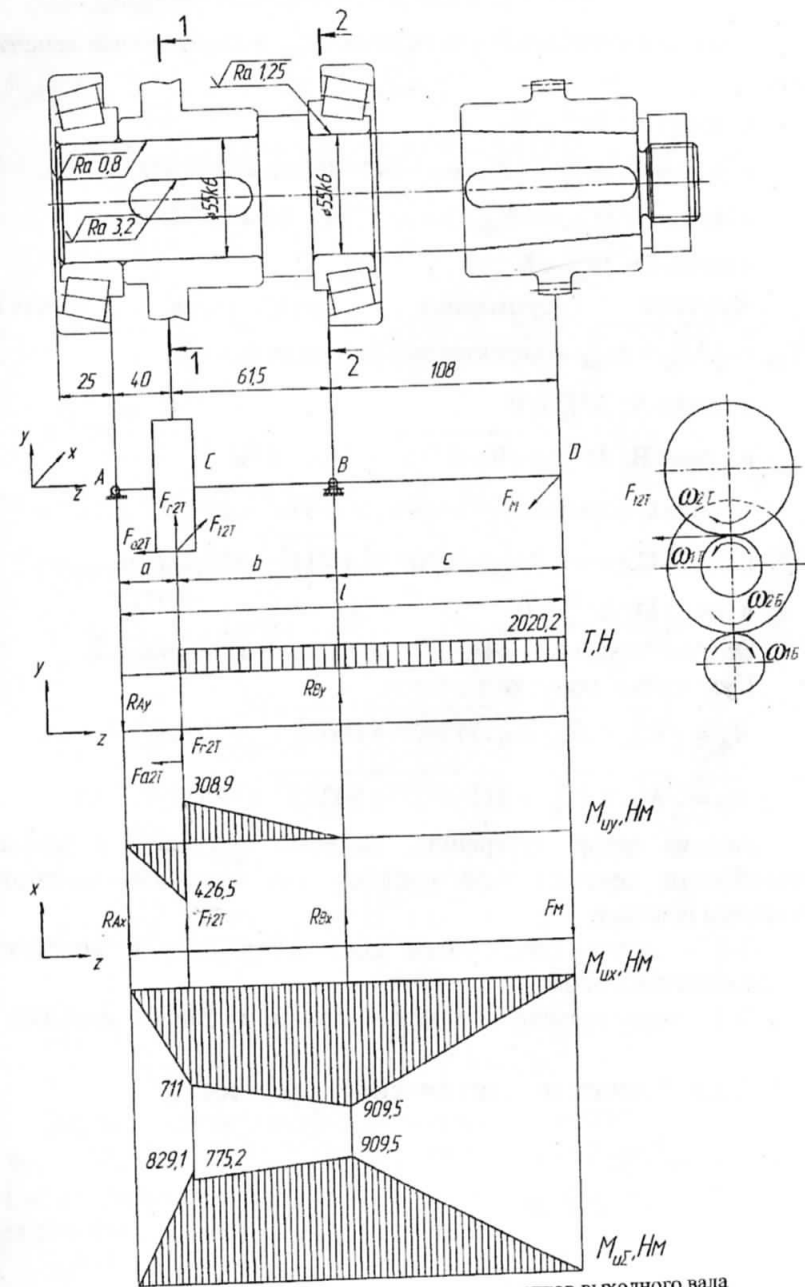


Рис. 5.2. Расчетная схема и эпюры моментов выходного вала

Значения изгибающих моментов  $M_{ix}$  в характерных сечениях вала:

$$\text{в точке А: } M_{ix}^A = 0$$

$$\text{в точке В: } M_{ix}^B = -F_m \cdot c = -8421 \cdot 0,108 = -909,5 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$\text{в точке С: } M_{ix}^C = -R_{Ax} \cdot a = -17776,3 \cdot 0,04 = -711 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$\text{в точке D: } M_{ix}^D = 0$$

Значения суммарных изгибающих моментов  $M_{\Sigma u} = \sqrt{M_{uy}^2 + M_{ux}^2}$  в характерных сечениях вала:

$$\text{в точке А: } M_{\Sigma u}^A = 0$$

$$\text{в точке В: } M_{\Sigma u}^B = \sqrt{0 + 909,5^2} = 909,5 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$\text{в точке С справа: } M_{\Sigma u}^C = \sqrt{426,5^2 + 711^2} = 829,1 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$\text{в точке С слева: } M_{\Sigma u}^C = \sqrt{308,9^2 + 711^2} = 775,2 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$\text{в точке D: } M_{\Sigma u}^D = 0$$

Эпюры изгибающих моментов приведены на рис. 5.2.

Суммарные реакции в опорах:

$$R_A = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Ay}^2} = \sqrt{17776,3^2 + 10663,5^2} = 20729,4 \text{ Н}$$

$$R_B = \sqrt{R_{Bx}^2 + R_{By}^2} = \sqrt{11647,3^2 + 5023,5^2} = 12684,4 \text{ Н}$$

Анализ эпюр внутренних силовых факторов и несущей способности сечений вала показал, что опасными сечениями являются сечения:

1-1 – место шпоночного соединения вала с колесом и соединение с натягом;

2-2 – место прессовой посадки правого подшипника на вал.

### 5.2.3. Расчет на статическую прочность

Для сечения 1-1:

$$M_y^{1-1} = 426,5 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$M_x^{1-1} = 711 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$M^{1-1} = 829 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Определение геометрических характеристик опасных сечений вала:

$$W_u^{1-1} = \frac{\pi \cdot d^3}{32} - \frac{b \cdot h \cdot (2 \cdot d - h)^2}{16 \cdot d}$$

$$W_u^{1-1} = \frac{\pi \cdot (0,055)^3}{32} - \frac{0,016 \cdot 0,01 \cdot (2 \cdot 0,055 - 0,01)^2}{16 \cdot 0,055} = 14,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$$

$$W_k^{1-1} = \frac{\pi \cdot d^3}{16} - \frac{b \cdot h \cdot (2 \cdot d - h)^2}{16 \cdot d}$$

$$W_k^{1-1} = \frac{\pi \cdot (0,055)^3}{16} - \frac{0,016 \cdot 0,01 \cdot (2 \cdot 0,055 - 0,01)^2}{16 \cdot 0,055} = 30,8 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$$

$$A^{1-1} = \frac{\pi \cdot d^2}{4} - \frac{b \cdot h}{2}$$

$$A^{1-1} = \frac{\pi \cdot (0,055)^2}{4} - \frac{0,016 \cdot 0,01}{2} = 2,29 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$$

Определение действующих напряжений:

$$\sigma^{1-1} = \frac{M^{1-1}}{W_u^{1-1}} + \frac{F_{a2T}}{A^{1-1}} = \frac{829}{14,5 \cdot 10^{-6}} + \frac{5296}{2,29 \cdot 10^{-3}} = 59,5 \text{ МПа}$$

$$\tau^{1-1} = \frac{T}{W_k^{1-1}} = \frac{2020,2}{30,8 \cdot 10^{-6}} = 65,6 \text{ МПа}$$

Запас прочности:

$$n_{T\sigma}^{1-1} = \frac{\sigma_T}{\sigma^{1-1}} = \frac{1100}{59,5} = 18,487$$

$$n_{T\tau}^{1-1} = \frac{\tau_T}{\tau^{1-1}} = \frac{550}{65,6} = 8,38$$

$$n_T^{1-1} = \frac{n_{T\sigma}^{1-1} \cdot n_{T\tau}^{1-1}}{\sqrt{(n_{T\sigma}^{1-1})^2 + (n_{T\tau}^{1-1})^2}} = \frac{18,487 \cdot 8,38}{\sqrt{18,487^2 + 8,38^2}} = 7,63$$

Значение общего коэффициента запаса прочности в сечении 1-1  $n_T = 7,63 > [n_T] = 1,3 \dots 2$ , значит, статическая прочность в сечении 1-1 обеспечена.

Для сечения 2-2:

$$M^{2-2} = 909,4 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Определение геометрических характеристик опасных сечений вала:

$$W_u^{2-2} = \frac{\pi \cdot d^3}{32} = \frac{\pi \cdot (0,055)^3}{32} = 16,3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$$

$$W_k^{2-2} = \frac{\pi \cdot d^3}{16} = \frac{\pi \cdot (0,055)^3}{16} = 32,7 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$$

Определение действующих напряжений:

$$\sigma^{2-2} = \frac{M^{2-2}}{W_u^{2-2}} = \frac{909,5}{16,3 \cdot 10^{-6}} = 55,79 \text{ МПа}$$

$$\tau^{2-2} = \frac{T}{W_k^{2-2}} = \frac{2020,2}{32,7 \cdot 10^{-6}} = 61,78 \text{ МПа}$$

Запас прочности:

$$n_{T\sigma}^{2-2} = \frac{\sigma_T}{\sigma^{2-2}} = \frac{1100}{55,79} = 19,7$$

$$n_{T\tau}^{2-2} = \frac{\tau_T}{\tau^{2-2}} = \frac{550}{61,78} = 8,9$$

$$n_T^{2-2} = \frac{n_{T\sigma}^{2-2} \cdot n_{T\tau}^{2-2}}{\sqrt{(n_{T\sigma}^{2-2})^2 + (n_{T\tau}^{2-2})^2}} = \frac{19,7 \cdot 8,9}{\sqrt{19,7^2 + 8,9^2}} = 8,1$$

Значение общего коэффициента запаса прочности в сечении 2-2  $n_T = 8,1 > [n_T] = 1,3 \dots 2$ , значит, статическая прочность в сечении 2-2 обеспечена.

#### 5.2.4. Расчет вала на сопротивление усталости.

Для сечения 1-1:

В сечении 1-1 источниками концентрации напряжений являются шпоночный паз, выполненный концевой фрезой, и натяг при установке колеса на вал.

Значения эффективных коэффициентов концентрации напряжений для шпоночного паза принимаем по табл. 4.1:

$$K_\sigma = 2,65; K_\tau = 2,4$$

Значения коэффициентов влияния абсолютных размеров поперечного сечения принимаем по табл. 4.4:

$$K_{d\sigma} = 0,688; K_{d\tau} = 0,688$$

Значения коэффициентов  $K_\sigma/K_{d\sigma}$  и  $K_\tau/K_{d\tau}$  для соединения с натягом принимаем по табл. 4.3:

$$K_\sigma/K_{d\sigma} = 5,825; K_\tau/K_{d\tau} = 3,475$$

Значения коэффициентов влияния качества поверхности при шероховатости  $R_a = 3,2 \text{ мкм}$  для шпоночного паза принимаем по табл. 4.5:

$$K_{F\sigma} = 0,82; K_{F\tau} = 0,89$$

Значения коэффициентов влияния качества поверхности при шероховатости  $R_a = 0,8 \text{ мкм}$  для соединения с натягом принимаем по табл. 4.5:

$$K_{F\sigma} = 0,91; K_{F\tau} = 0,95$$

Значение коэффициента влияния поверхностного упрочнения принимаем по табл. 4.6:

$$K_v = 2,4$$

Значения коэффициентов снижения предела выносливости для шпоночного паза:

$$K_{\sigma D1} = \left( \frac{K_\sigma}{K_{d\sigma}} + \frac{1}{K_{F\sigma}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{K_v} = \left( \frac{2,65}{0,688} + \frac{1}{0,82} - 1 \right) \cdot \frac{1}{2,4} = 1,696$$

$$K_{\tau D1} = \left( \frac{K_\tau}{K_{d\tau}} + \frac{1}{K_{F\tau}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{K_v} = \left( \frac{2,4}{0,688} + \frac{1}{0,89} - 1 \right) \cdot \frac{1}{2,4} = 1,5$$

Значения коэффициентов снижения предела выносливости для соединения с натягом:

$$K_{\sigma D2} = \left( \frac{K_\sigma}{K_{d\sigma}} + \frac{1}{K_{F\sigma}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{K_v} = \left( 5,825 + \frac{1}{0,91} - 1 \right) \cdot \frac{1}{2,4} = 2,47$$

$$K_{\tau D2} = \left( \frac{K_\tau}{K_{d\tau}} + \frac{1}{K_{F\tau}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{K_v} = \left( 3,475 + \frac{1}{0,95} - 1 \right) \cdot \frac{1}{2,4} = 1,47$$

Из полученных значений коэффициентов снижения выносливости в сечении 2-2 выбираем для расчета коэффициенты с наибольшим значениям  $K_{\sigma D2} = 2,47$  и  $K_{\tau D1} = 1,5$

Амплитуды напряжений и среднее напряжение цикла:

$$\sigma_a^{1-1} = \sigma_u^{1-1} = \frac{M^{1-1}}{W_u^{1-1}} = \frac{829}{14,5 \cdot 10^{-6}} = 57,2 \text{ МПа}$$

$$\sigma_m^{1-1} = 0$$

$$\tau_a^{1-1} = \frac{\tau_k^{1-1}}{2} = \frac{T}{2 \cdot W_k^{1-1}} = \frac{2020,2}{2 \cdot 30,8 \cdot 10^{-6}} = 32,79 \text{ МПа}$$

$$\tau_m^{1-1} = \tau_a^{1-1}$$

Коэффициенты запаса:

$$S_\sigma^{1-1} = \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma D} \cdot \sigma_a^{1-1} + \Psi_\sigma \cdot \sigma_m^{1-1}} = \frac{516}{2,47 \cdot 57,2 + 0} = 3,65$$

$$S_\tau^{1-1} = \frac{\tau_{-1}}{K_{\tau D} \cdot \tau_a^{1-1} + \Psi_\tau \cdot \tau_m^{1-1}} = \frac{309,6}{1,5 \cdot 32,79 + 0,13 \cdot 32,79} = 5,79$$

$$S^{1-1} = \frac{S_\sigma^{1-1} \cdot S_\tau^{1-1}}{\sqrt{(S_\sigma^{1-1})^2 + (S_\tau^{1-1})^2}} = \frac{3,65 \cdot 5,79}{\sqrt{3,65^2 + 5,79^2}} = 3,08$$

Значение общего коэффициента запаса прочности в сечении 1-1  $S = 3,08 > [S] = 1,5 \dots 2,5$ , значит, усталостная прочность в сечении 1-1 обеспечена.

Для сечения 2-2:

В сечении 2-2 источником концентрации напряжений является прессовая посадка правого подшипника на вал.

Значения коэффициентов  $K_\sigma/K_{d\sigma}$  и  $K_\tau/K_{d\tau}$  для соединения с натягом принимаем по табл. 4.3:

$$K_\sigma/K_{d\sigma} = 5,825; K_\tau/K_{d\tau} = 3,475$$

Значения коэффициентов влияния качества поверхности при шероховатости  $R_a = 1,25 \text{ мкм}$  для соединения с натягом принимаем по табл. 4.5:

$$K_{F\sigma} = 0,88; K_{F\tau} = 0,933$$

Значение коэффициента влияния поверхностного упрочнения принимаем по табл. 4.6:

$$K_v = 2,4$$

Значения коэффициентов снижения предела выносливости:

$$K_{\sigma D} = \left( \frac{K_\sigma}{K_{d\sigma}} + \frac{1}{K_{F\sigma}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{K_v} = \left( 5,825 + \frac{1}{0,88} - 1 \right) \cdot \frac{1}{2,4} = 2,48$$

$$K_{\tau D} = \left( \frac{K_\tau}{K_{d\tau}} + \frac{1}{K_{F\tau}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{K_v} = \left( 3,475 + \frac{1}{0,933} - 1 \right) \cdot \frac{1}{2,4} = 1,48$$

Амплитуды напряжений и среднее напряжение цикла:

$$\sigma_a^{2-2} = \sigma_u^{2-2} = \frac{M^{2-2}}{W_u^{2-2}} = \frac{909,5}{16,3 \cdot 10^{-6}} = 55,79 \text{ МПа}$$

$$\sigma_m^{2-2} = 0$$

$$\tau_a^{2-2} = \frac{\tau_k^{2-2}}{2} = \frac{T}{2 \cdot W_k^{2-2}} = \frac{2020,2}{2 \cdot 32,7 \cdot 10^{-6}} = 30,89 \text{ МПа}$$

$$\tau_m^{2-2} = \tau_a^{2-2}$$

Коэффициенты запаса:

$$S_\sigma^{2-2} = \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma D} \cdot \sigma_a^{2-2} + \Psi_\sigma \cdot \sigma_m^{2-2}} = \frac{516}{2,48 \cdot 55,79 + 0} = 3,73$$

$$S_\tau^{2-2} = \frac{\tau_{-1}}{K_{\tau D} \cdot \tau_a^{2-2} + \Psi_\tau \cdot \tau_m^{2-2}} = \frac{87,2}{1,48 \cdot 30,89 + 0,13 \cdot 30,89} = 6,23$$

$$S^{2-2} = \frac{S_\sigma^{2-2} \cdot S_\tau^{2-2}}{\sqrt{(S_\sigma^{2-2})^2 + (S_\tau^{2-2})^2}} = \frac{3,73 \cdot 6,23}{\sqrt{3,73^2 + 6,23^2}} = 2,89$$

Значение общего коэффициента запаса прочности в сечении 2-2  $S = 2,89 > [S] = 1,5 \dots 2,5$ , значит, усталостная прочность в сечении 2-2 обеспечена.

### 5.3. Расчет промежуточного вала цилиндрического двухступенчатого соосного редуктора

#### 5.3.1. Исходные данные для расчета

Вал изображен на рис. 5.3. Материал вала – сталь 25ХГМ, имеющая следующие характеристики:

предел прочности  $\sigma_B = 1200 \text{ МПа}$ ,

предел текучести при изгибе  $\sigma_T = 1100 \text{ МПа}$ ,

предел текучести при кручении  $\tau_T = 550 \text{ МПа}$ ,  
 предел выносливости при изгибе  $\sigma_{-1} = 516 \text{ МПа}$ ,  
 предел выносливости при кручении  $\tau_{-1} = 309,6 \text{ МПа}$ ,  
 коэффициенты чувствительности к асимметрии цикла  
 $\Psi_\sigma = 0,26$  и  $\Psi_\tau = 0,13$ .

Вал выполнен без упрочнения.

Из расчетов зубчатых передач редуктора: максимальный крутящий момент  $T = 216 \text{ Н} \cdot \text{м}$ ; силы в зацеплении  $F_{t2B} = 1439 \text{ Н}$ ;  
 $F_{r1T} = 2155 \text{ Н}$ ,  $F_{r2B} = 524 \text{ Н}$ ,  $F_{t1T} = 5921 \text{ Н}$ ; диаметры колес  
 $d_{1T} = 0,070 \text{ м}$ ,  $d_{2B} = 0,300 \text{ м}$ ,  $b_{1T} = 0,038 \text{ м}$ .

Размеры по длине вала: из чертежа редуктора:  
 $a = 0,055 \text{ м}$ ,  $b = 0,112 \text{ м}$ ,  $c = 0,025 \text{ м}$ ,  $l = a + b + c = 0,192 \text{ м}$ ,  $d = 0,03 \text{ м}$ .

### 5.3.2. Определение реакций в опорах и построение эпюр внутренних силовых факторов

Реакции в опорах ищем из условий  $\sum M_A = 0$  и  $\sum M_B = 0$ .  
 Если момент действует против движения часовой стрелки, то он считается положительным, если по движению часовой стрелки – отрицательным.

Определение реакций в опорах в плоскости YZ:

$$\sum M_A = 0; F_{r1T} \cdot a + F_{r2B} \cdot (a+b) - R_{By} \cdot l = 0$$

$$R_{By} = \frac{F_{r1T} \cdot a + F_{r2B} \cdot (a+b)}{l};$$

$$R_{By} = \frac{2155 \cdot 0,055 + 524 \cdot (0,055 + 0,112)}{0,192} = 1073,1 \text{ Н};$$

$$\sum M_B = 0; -F_{r2B} \cdot c - F_{r1T} \cdot (c+b) + R_{Ay} \cdot l = 0$$

$$R_{Ay} = \frac{F_{r2B} \cdot c + F_{r1T} \cdot (c+b)}{l};$$

$$R_{Ay} = \frac{524 \cdot 0,025 + 2155 \cdot (0,112 + 0,025)}{0,192} = 1605,9 \text{ Н};$$

Если одна или обе реакции  $R_{Ay}$  и  $R_{By}$  в результате расчета окажутся со знаком минус, то необходимо на расчетной схеме изменить направление реакции на противоположное.

Проверка правильности определения реакций:

$$\sum Y = 0; -R_{Ay} + F_{r1T} + F_{r2B} - R_{By} = 0$$

$$-1605,9 + 2155 + 524 - 1073,1 = 0$$

Определение реакций в опорах в плоскости XZ:

$$\sum M_A = 0; F_{t1T} \cdot a - F_{t2B} \cdot (a+b) - R_{Bx} \cdot l = 0$$

$$R_{Bx} = \frac{F_{t1T} \cdot a - F_{t2B} \cdot (a+b)}{l};$$

$$R_{Bx} = \frac{5921 \cdot 0,055 - 1439 \cdot (0,055 + 0,112)}{0,192} = 444,5 \text{ Н};$$

$$\sum M_B = 0; F_{t2B} \cdot c - F_{t1T} \cdot (c+b) + R_{Ax} \cdot l = 0$$

$$R_{Ax} = \frac{-F_{t2B} \cdot c + F_{t1T} \cdot (c+b)}{l};$$

$$R_{Ax} = \frac{-1439 \cdot 0,025 + 5921 \cdot (0,025 + 0,112)}{0,192} = 4037,5 \text{ Н};$$

Проверка правильности определения реакций:

$$\sum X = 0; -R_{Ax} + F_{t1T} - F_{t2B} - R_{Bx} = 0$$

$$-4037,5 + 5921 - 1439 - 444,5 = 0$$

Построение эпюр:

При определении изгибающих моментов и построении их эпюр принимают известное /6/ правило знаков. Изгибающий момент  $M$  в сечении положителен, если он вызывает сжатие в верхних волокнах балки, если в нижних, то отрицателен. С учетом указанного правила знаков эпюры строят со стороны сжатых волокон.

Значения изгибающих моментов  $M_{iy}$  в характерных сечениях вала:

$$\text{в точке А: } M_{iy}^A = 0$$

$$\text{в точке В: } M_{iy}^B = 0$$

$$\text{в точке С: } M_{iy}^C = R_{Ay} \cdot a = 1605,9 \cdot 0,055 = 88,32 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$\text{в точке D: } M_{iy}^D = R_{By} \cdot c = 1073,1 \cdot 0,025 = 26,83 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

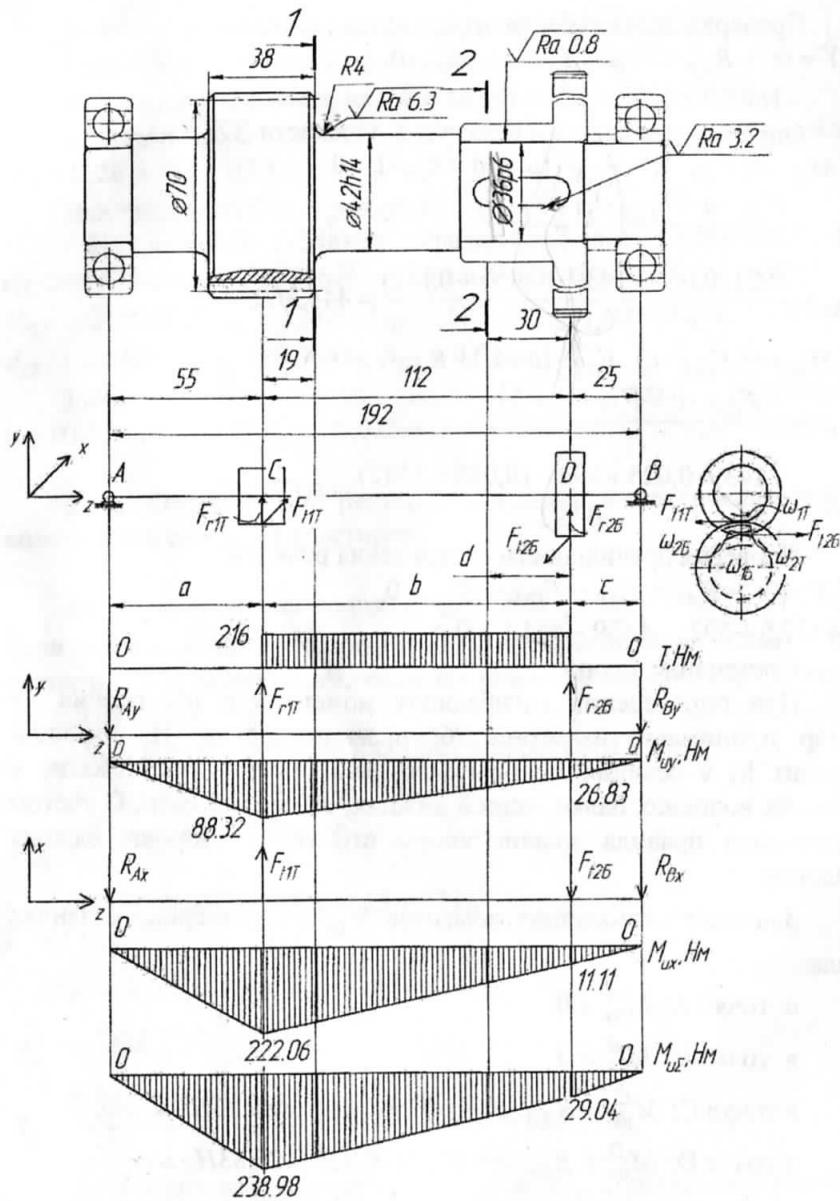


Рис. 5.3. Расчетная схема и эпюры моментов промежуточного вала

Значения изгибающих моментов  $M_{ix}$  в характерных сечениях вала:

в точке А:  $M_{ix}^A = 0$

в точке В:  $M_{ix}^B = 0$

в точке С:  $M_{ix}^C = R_{Ax} \cdot a = 4037,5 \cdot 0,055 = 222,06 \text{ Н} \cdot \text{м}$

в точке D:  $M_{ix}^D = R_{Bx} \cdot c = 444,5 \cdot 0,025 = 11,11 \text{ Н} \cdot \text{м}$

Значения суммарных изгибающих моментов

$M_{\Sigma u} = \sqrt{M_{iy}^2 + M_{ix}^2}$  в характерных сечениях вала:

в точке А:  $M_{\Sigma u}^A = 0$

в точке В:  $M_{\Sigma u}^B = 0$

в точке С:  $M_{\Sigma u}^C = \sqrt{88,32^2 + 222,06^2} = 238,98 \text{ Н} \cdot \text{м}$

в точке D:  $M_{\Sigma u}^D = \sqrt{26,83^2 + 11,11^2} = 29,04 \text{ Н} \cdot \text{м}$

Суммарные реакции в опорах:

$R_A = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Ay}^2} = \sqrt{4037,5^2 + 1605,9^2} = 4345,15 \text{ Н}$

$R_B = \sqrt{R_{Bx}^2 + R_{By}^2} = \sqrt{444,5^2 + 1073,1^2} = 1161,5 \text{ Н}$

Эпюры изгибающих моментов приведены на рис. 5.3.

Анализ эпюр внутренних силовых факторов и несущей способности сечений вала показал, что опасными сечениями являются сечения:

1-1 – место перехода от шестерни к валу.

2-2 – место шпоночного соединения вала с колесом и соединение с натягом;

### 5.3.3. Расчет на статическую прочность

Для сечения 1-1:

$$M_y^{1-1} = -R_{Ay} \cdot \left( a + \frac{b_{1T}}{2} \right) + F_{r1T} \cdot \frac{b_{1T}}{2}$$

$$M_y^{1-1} = -1605,9 \cdot \left( 0,055 + \frac{0,038}{2} \right) + 2155 \cdot \frac{0,038}{2} = -77,89 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$M_x^{1-1} = -R_{Ax} \cdot \left( a + \frac{b_{1T}}{2} \right) + F_{t1T} \cdot \frac{b_{1T}}{2}$$



$$M_x^{1-1} = -4037,5 \cdot \left(0,055 + \frac{0,038}{2}\right) + 5921 \cdot \frac{0,038}{2} = -186,28 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$M^{1-1} = \sqrt{(-186,28)^2 + (-77,89)^2} = 201,91 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Определение геометрических характеристик опасных сечений

вала:

$$W_u^{1-1} = \frac{\pi \cdot d^3}{32} = \frac{\pi \cdot (0,042)^3}{32} = 7,274 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$$

$$W_\kappa^{1-1} = \frac{\pi \cdot d^3}{16} = \frac{\pi \cdot (0,042)^3}{16} = 14,55 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$$

Определение действующих напряжений:

$$\sigma^{1-1} = \frac{M^{1-1}}{W_u^{1-1}} = \frac{201,91}{7,274 \cdot 10^{-6}} = 27,76 \text{ МПа}$$

$$\tau^{1-1} = \frac{T}{W_\kappa^{1-1}} = \frac{216}{14,55 \cdot 10^{-6}} = 14,85 \text{ МПа}$$

Запас прочности:

$$n_{T\sigma}^{1-1} = \frac{\sigma_T}{\sigma^{1-1}} = \frac{1100}{27,76} = 39,63$$

$$n_{T\tau}^{1-1} = \frac{\tau_T}{\tau^{1-1}} = \frac{550}{14,85} = 37,04$$

$$n_T^{1-1} = \frac{n_{T\sigma}^{1-1} \cdot n_{T\tau}^{1-1}}{\sqrt{(n_{T\sigma}^{1-1})^2 + (n_{T\tau}^{1-1})^2}} = \frac{39,63 \cdot 37,04}{\sqrt{39,63^2 + 37,04^2}} = 27,06$$

Значение общего коэффициента запаса прочности в сечении 1-1  $n_T = 27,06 > [n_T] = 1,3 \dots 2$ , значит, статическая прочность в сечении 1-1 обеспечена

Для сечения 2-2:

$$M_y^{2-2} = -R_{By} \cdot (c+d) + F_{r2B} \cdot d = -1073,1 \cdot (0,025 + 0,030) + 524 \cdot 0,030 = -43,3 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$M_x^{2-2} = -R_{Bx} \cdot (c+d) - F_{t2B} \cdot d = -444,5 \cdot (0,025 + 0,030) - 1439 \cdot 0,030 = -67,62 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$M^{2-2} = \sqrt{(-43,3)^2 + (-67,62)^2} = 80,3 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Определение геометрических характеристик опасных сечений вала:

$$W_u^{2-2} = \frac{\pi \cdot d^3}{32} - \frac{b \cdot h \cdot (2 \cdot d - h)^2}{16 \cdot d}$$

$$W_u^{2-2} = \frac{\pi \cdot (0,036)^3}{32} - \frac{0,010 \cdot 0,008 \cdot (2 \cdot 0,036 - 0,008)^2}{16 \cdot 0,036} = 4,011 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$$

$$W_\kappa^{2-2} = \frac{\pi \cdot d^3}{16} - \frac{b \cdot h \cdot (2 \cdot d - h)^2}{16 \cdot d}$$

$$W_\kappa^{2-2} = \frac{\pi \cdot (0,036)^3}{16} - \frac{0,010 \cdot 0,008 \cdot (2 \cdot 0,036 - 0,008)^2}{16 \cdot 0,036} = 8,592 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$$

Определение действующих напряжений:

$$\sigma^{2-2} = \frac{M^{2-2}}{W_u^{2-2}} = \frac{80,3}{4,011 \cdot 10^{-6}} = 20,02 \text{ МПа}$$

$$\tau^{2-2} = \frac{T}{W_\kappa^{2-2}} = \frac{216}{8,592 \cdot 10^{-6}} = 25,14 \text{ МПа}$$

Запас прочности:

$$n_{T\sigma}^{2-2} = \frac{\sigma_T}{\sigma^{2-2}} = \frac{1100}{20,02} = 54,95$$

$$n_{T\tau}^{2-2} = \frac{\tau_T}{\tau^{2-2}} = \frac{550}{25,14} = 21,88$$

$$n_T^{2-2} = \frac{n_{T\sigma}^{2-2} \cdot n_{T\tau}^{2-2}}{\sqrt{(n_{T\sigma}^{2-2})^2 + (n_{T\tau}^{2-2})^2}} = \frac{54,95 \cdot 21,88}{\sqrt{54,95^2 + 21,88^2}} = 20,33$$

Значение общего коэффициента запаса прочности в сечении 2-2  $n_T = 20,33 > [n_T] = 1,3 \dots 2$ , значит, статическая прочность в сечении 2-2 обеспечена

### 5.3.4. Расчет вала на сопротивление усталости

Для сечения 1-1:

В сечении 1-1 источником концентрации напряжений является ступенчатый переход с галтелью. Для радиуса галтели  $R = 4 \text{ мм}$ , делительного диаметра шестерни  $70 \text{ мм}$ , диаметра вала  $42 \text{ мм}$ ,

имеем  $\frac{D}{d} = \frac{70}{42} = 1,67; \frac{R}{d} = \frac{4}{42} = 0,095$ . Принимаем  $\frac{D}{d} = 1,7; \frac{R}{d} = 0,1$  и по графикам и формулам рис. 4.1 определяем значения эффективных коэффициентов концентрации напряжений для ступенчатого перехода с галтелью в сечении 1-1:

Значения эффективных коэффициентов концентрации напряжений для ступенчатого перехода с галтелью принимаем по графикам 4.1:

$$K_{\sigma} = 1 + C_{\sigma} (K_{\sigma(D/d=2)} - 1) = 1 + 0,91 \cdot (2,15 - 1) = 2,047;$$

$$K_{\tau} = 1 + C_{\tau} (K_{\tau(D/d=1,4)} - 1) = 1 + 1 \cdot (1,4 - 1) = 1,4.$$

Значения коэффициентов влияния абсолютных размеров поперечного сечения принимаем по табл. 4.4:

$$K_{d\sigma} = 0,73; K_{d\tau} = 0,73$$

Значения коэффициентов влияния качества поверхности при шероховатости  $R_a = 6,3 \text{ мкм}$ :

$$K_{F\sigma} = 1 - 0,22 \cdot \left( \lg \frac{\sigma_B}{20} - 1 \right) \cdot \lg R_z = 1 - 0,22 \cdot \left( \lg \frac{1200}{20} - 1 \right) \cdot \lg 5,5 \times$$

$$\times 6,3 = 0,736$$

$$K_{F\tau} = 0,575 \cdot K_{F\sigma} + 0,425 = 0,575 \cdot 0,736 + 0,425 = 0,848$$

Значение коэффициента влияния поверхностного упрочнения по табл. 4.6:

$$K_v = 1$$

Значения коэффициентов снижения предела выносливости:

$$K_{\sigma D} = \left( \frac{K_{\sigma}}{K_{d\sigma}} + \frac{1}{K_{F\sigma}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{K_v} = \left( \frac{2,047}{0,73} + \frac{1}{0,736} - 1 \right) \cdot \frac{1}{1} = 3,163$$

$$K_{\tau D} = \left( \frac{K_{\tau}}{K_{d\tau}} + \frac{1}{K_{F\tau}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{K_v} = \left( \frac{1,4}{0,73} + \frac{1}{0,848} - 1 \right) \cdot \frac{1}{1} = 2,097$$

Амплитуды напряжений и среднее напряжение цикла:

$$\sigma_a^{1-1} = \sigma_u^{1-1} = \frac{M^{1-1}}{W_u^{1-1}} = \frac{201,91}{7,274 \cdot 10^{-6}} = 27,76 \text{ МПа}$$

$$\sigma_m^{1-1} = 0$$

$$\tau_a^{1-1} = \frac{\tau_k^{1-1}}{2} = \frac{T}{2 \cdot W_k^{1-1}} = \frac{216}{2 \cdot 14,55 \cdot 10^{-6}} = 7,43 \text{ МПа}$$

$$\tau_m^{1-1} = \tau_a^{1-1}$$

Коэффициенты запаса:

$$S_{\sigma}^{1-1} = \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma D} \cdot \sigma_a^{1-1} + \Psi_{\sigma} \cdot \sigma_m^{1-1}} = \frac{516}{3,163 \cdot 27,76 + 0} = 5,88$$

$$S_{\tau}^{1-1} = \frac{\tau_{-1}}{K_{\tau D} \cdot \tau_a^{2-2} + \Psi_{\tau} \cdot \tau_m^{2-2}} = \frac{309,6}{2,097 \cdot 7,43 + 0,13 \cdot 7,43} = 18,71$$

$$S^{1-1} = \frac{S_{\sigma}^{1-1} \cdot S_{\tau}^{1-1}}{\sqrt{(S_{\sigma}^{1-1})^2 + (S_{\tau}^{1-1})^2}} = \frac{5,88 \cdot 18,71}{\sqrt{5,88^2 + 18,71^2}} = 5,61$$

Значение общего коэффициента запаса прочности в сечении 1-1  $S = 5,61 > [S] = 1,5 \dots 2,5$ , значит, усталостная прочность в сечении 1-1 обеспечена.

Для сечения 2-2:

В сечении 2-2 источниками концентрации напряжений являются шпоночный паз, выполненный концевой фрезой, и натяг при установке колеса на вал.

Значения эффективных коэффициентов концентрации напряжений для шпоночного паза принимаем по табл. 4.1:

$$K_{\sigma} = 2,65; K_{\tau} = 2,4$$

Значения коэффициентов влияния абсолютных размеров поперечного сечения принимаем по табл. 4.4:

$$K_{d\sigma} = 0,75; K_{d\tau} = 0,75$$

Значения коэффициентов  $K_{\sigma}/K_{d\sigma}$  и  $K_{\tau}/K_{d\tau}$  для соединения с натягом принимаем по табл. 4.3:

$$\frac{K_{\sigma}}{K_{d\sigma}} = 5,25; \frac{K_{\tau}}{K_{d\tau}} = 3,15$$

Значения коэффициентов влияния качества поверхности при шероховатости  $R_a = 3,2 \text{ мкм}$  для шпоночного паза принимаем по табл. 4.5:

$$K_{F\sigma} = 0,82; K_{F\tau} = 0,89$$

Значения коэффициентов влияния качества поверхности при шероховатости  $R_a = 0,8 \text{ мкм}$  для соединения с натягом принимаем по табл. 4.5:

$$K_{F\sigma} = 0,91; K_{F\tau} = 0,95$$

Значение коэффициента влияния поверхностного упрочнения принимаем по табл. 4.6:

$$K_v = 1$$

Значения коэффициентов снижения предела выносливости для шпоночного паза:

$$K_{\sigma D1} = \left( \frac{K_{\sigma}}{K_{d\sigma}} + \frac{1}{K_{F\sigma}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{K_v} = \left( \frac{2,65}{0,75} + \frac{1}{0,82} - 1 \right) \cdot \frac{1}{1} = 3,75$$

$$K_{\tau D1} = \left( \frac{K_{\tau}}{K_{d\tau}} + \frac{1}{K_{F\tau}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{K_v} = \left( \frac{2,4}{0,75} + \frac{1}{0,89} - 1 \right) \cdot \frac{1}{1} = 3,323$$

Значения коэффициентов снижения предела выносливости для соединения с натягом:

$$K_{\sigma D2} = \left( \frac{K_{\sigma}}{K_{d\sigma}} + \frac{1}{K_{F\sigma}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{K_v} = \left( 5,25 + \frac{1}{0,91} - 1 \right) \cdot \frac{1}{1} = 5,35$$

$$K_{\tau D2} = \left( \frac{K_{\tau}}{K_{d\tau}} + \frac{1}{K_{F\tau}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{K_v} = \left( 3,15 + \frac{1}{0,95} - 1 \right) \cdot \frac{1}{1} = 3,2$$

Из полученных значений коэффициентов снижения выносливости в сечении 2-2 выбираем для расчета коэффициенты с наибольшим значениям  $K_{\sigma D2} = 5,35$  и  $K_{\tau D1} = 3,323$

Амплитуды напряжений и среднее напряжение цикла:

$$\sigma_a^{2-2} = \sigma_u^{2-2} = \frac{80,3}{4,011 \cdot 10^{-6}} = 20,02 \text{ МПа}$$

$$\sigma_m^{2-2} = 0$$

$$\tau_a^{2-2} = \frac{\tau_k^{2-2}}{2} = \frac{T}{2 \cdot W_k^{2-2}} = \frac{216}{2 \cdot 8,592 \cdot 10^{-6}} = 12,57 \text{ МПа}$$

$$\tau_m^{2-2} = \tau_a^{2-2}$$

Коэффициенты запаса:

$$S_{\sigma}^{2-2} = \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma D} \cdot \sigma_a^{2-2} + \Psi_{\sigma} \cdot \sigma_m^{2-2}} = \frac{516}{5,35 \cdot 20,02 + 0} = 4,818$$

$$S_{\tau}^{2-2} = \frac{\tau_{-1}}{K_{\tau D} \cdot \tau_a^{2-2} + \Psi_{\tau} \cdot \tau_m^{2-2}} = \frac{309,6}{3,323 \cdot 12,57 + 0,13 \cdot 12,57} = 7,133$$

$$S^{2-2} = \frac{S_{\sigma}^{2-2} \cdot S_{\tau}^{2-2}}{\sqrt{(S_{\sigma}^{2-2})^2 + (S_{\tau}^{2-2})^2}} = \frac{4,818 \cdot 7,133}{\sqrt{4,818^2 + 7,133^2}} = 4$$

Значение общего коэффициента запаса прочности в сечении 2-2  $S = 4 > [S] = 1,5 \dots 2,5$ , значит, усталостная прочность в сечении 2-2 обеспечена.

## 5.4. Расчет входного вала цилиндрического двухступенчатого редуктора развернутой схемы

### 5.4.1. Исходные данные для расчета

Вал изображен на рис. 5.4. Материал вала – сталь 25ХГМ, имеющая следующие характеристики:

предел прочности  $\sigma_B = 1200 \text{ МПа}$ ,

предел текучести при изгибе  $\sigma_T = 1100 \text{ МПа}$ ,

предел текучести при кручении  $\tau_T = 550 \text{ МПа}$ ,

предел выносливости при изгибе  $\sigma_{-1} = 516 \text{ МПа}$ ,

предел выносливости при кручении  $\tau_{-1} = 309,6 \text{ МПа}$ ,

коэффициенты чувствительности к асимметрии цикла

$\Psi_{\sigma} = 0,26$  и  $\Psi_{\tau} = 0,13$ .

Вал выполнен без упрочнения.

Из расчетов зубчатых передач редуктора: максимальный

крутящий момент  $T = 64,386 \text{ Н} \cdot \text{м}$ ; силы в зацеплении

$F_{11T} = 9062,6 \text{ Н}$ ;  $F_{r1T} = 3298,5 \text{ Н}$ ; консольная сила  $F_{оп} = 1178,1 \text{ Н}$

диаметры колес  $d_{1B} = 0,04 \text{ м}$ ,  $b_{1B} = 0,031 \text{ м}$ .

Размеры по длине вала: из чертежа редуктора:

$a = 0,0825 \text{ м}$ ,  $b = 0,0765 \text{ м}$ ,  $c = 0,0345 \text{ м}$ ,  $l = b + c = 0,111 \text{ м}$ .

### 5.4.2. Определение реакций в опорах и построение эпюр внутренних силовых факторов

Реакции в опорах ищем из условий  $\sum M_A = 0$  и  $\sum M_B = 0$ . Если момент действует против движения часовой стрелки, то он считается положительным, если по движению часовой стрелки — отрицательным.

Определение реакций в опорах в плоскости YZ:

$$\sum M_A = 0; -F_{r1B} \cdot b + R_{By} \cdot l = 0$$

$$R_{By} = \frac{F_{r1B} \cdot b}{l};$$

$$R_{By} = \frac{1136,8 \cdot 0,0765}{0,111} = 783,5H;$$

$$\sum M_B = 0; F_{r1B} \cdot c - R_{Ay} \cdot l = 0$$

$$R_{Ay} = \frac{F_{r1B} \cdot c}{l};$$

$$R_{Ay} = \frac{1136,8 \cdot 0,0345}{0,111} = 353,3H;$$

Если одна или обе реакции  $R_{Ay}$  и  $R_{By}$  в результате расчета окажутся со знаком минус, то необходимо на расчетной схеме изменить направление реакции на противоположное.

Проверка правильности определения реакций:

$$\sum Y = 0; R_{Ay} - F_{r1B} + R_{By} = 0$$

$$353,3 - 1136,8 + 783,5 = 0$$

Определение реакций в опорах в плоскости XZ:

$$\sum M_A = 0; -F_{r1B} \cdot b - F_{оп} \cdot a + R_{Bx} \cdot l = 0$$

$$R_{Bx} = \frac{F_{r1B} \cdot b + F_{оп} \cdot a}{l};$$

$$R_{Bx} = \frac{1178,1 \cdot 0,0825 + 3123,4 \cdot 0,0765}{0,111} = 3028,2H;$$

$$\sum M_B = 0; -F_{r1B} \cdot c + F_{оп} \cdot (a+l) - R_{Ax} \cdot l = 0$$

$$R_{Ax} = \frac{-F_{r1B} \cdot c + F_{оп} \cdot (a+l)}{l};$$

$$R_{Ax} = \frac{-3123,4 \cdot 0,0345 + 1178,1 \cdot (0,0825 + 0,111)}{0,111} = 1082,9H;$$

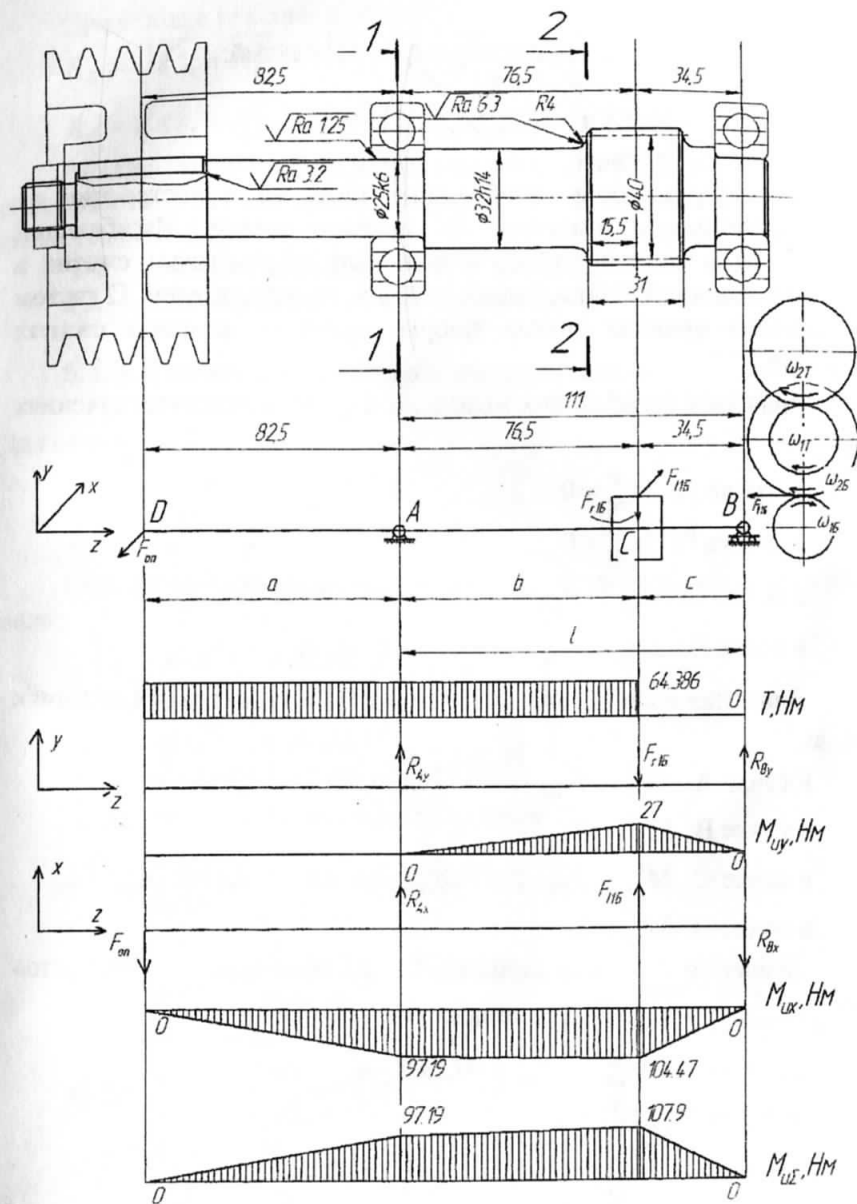


Рис. 5.4. Расчетная схема и эпюры моментов входного вала

Проверка правильности определения реакций:  
 $\sum X = 0; R_{Ax} - F_{OП} + F_{ГЛБ} - R_{Bx} = 0$   
 $1082,9 - 1178,1 + 3123,4 - 3028,2 = 0.$

Построение эпюр:

При определении изгибающих моментов и построении их эпюр принимают известное /6/ правило знаков. Изгибающий момент  $M$  в сечении положителен, если он вызывает сжатие в верхних волокнах балки, если в нижних, то отрицателен. С учетом указанного правила знаков эпюры строят со стороны сжатых волокон.

Значения изгибающих моментов  $M_{xy}$  в характерных сечениях вала:

в точке А:  $M_{xy}^A = 0$

в точке В:  $M_{xy}^B = 0$

в точке С:  $M_{xy}^C = R_{By} \cdot c = 783,5 \cdot 0,0345 = 27Н \cdot м;$

в точке D:  $M_{xy}^D = 0.$

Значения изгибающих моментов  $M_{yx}$  в характерных сечениях вала:

в точке А:  $M_{yx}^A = F_{OП} \cdot a = 1178,1 \cdot 0,0825 = 97,19Н \cdot м;$

в точке В:  $M_{yx}^B = 0;$

в точке С:  $M_{yx}^C = R_{Bx} \cdot c = 3028,2 \cdot 0,0345 = 104,47Н \cdot м;$

в точке D:  $M_{yx}^D = 0.$

Значения суммарных изгибающих моментов  $M_{\Sigma i}$  в характерных сечениях вала:

в точке А:  $M_{\Sigma i}^A = M_{yx}^A = 97,19Н \cdot м$

в точке В:  $M_{\Sigma i}^B = 0$

в точке С:  $M_{\Sigma i}^C = \sqrt{104,47^2 + 27^2} = 107,9Н \cdot м$

в точке D:  $M_{\Sigma i}^D = 0$

Эпюры изгибающих моментов приведены на рис. 5.4.

Суммарные реакции в опорах:

$$R_A = \sqrt{R_{Ax}^2 + R_{Ay}^2} = \sqrt{1082,9^2 + 353,3^2} = 1139,1Н$$

$$R_B = \sqrt{R_{Bx}^2 + R_{By}^2} = \sqrt{3028,2^2 + 783,5^2} = 3127,9Н$$

Анализ эпюр внутренних силовых факторов и несущей способности сечений вала показал, что опасными сечениями являются сечения:

1-1 – место посадки подшипника на валу;

2-2 – место перехода от шестерни к валу.

### 5.4.3. Расчет на статическую прочность

Для сечения 1-1:

$$M_y^{1-1} = 0; M_x^{1-1} = 97,19Н \cdot м$$

$$M^{1-1} = \sqrt{0^2 + 97,19^2} = 97,19Н \cdot м$$

Определение геометрических характеристик опасных сечений вала:

$$W_u^{1-1} = \frac{\pi \cdot d^3}{32} = \frac{\pi \cdot (0,025)^3}{32} = 1,534 \cdot 10^{-6} м^3$$

$$W_k^{1-1} = \frac{\pi \cdot d^3}{16} = \frac{\pi \cdot (0,025)^3}{16} = 3,068 \cdot 10^{-6} м^3$$

Определение действующих напряжений:

$$\sigma^{1-1} = \frac{M^{1-1}}{W_u^{1-1}} = \frac{97,19}{1,534 \cdot 10^{-6}} = 63,36 МПа$$

$$\tau^{1-1} = \frac{T}{W_k^{1-1}} = \frac{64,386}{3,068 \cdot 10^{-6}} = 20,99 МПа$$

Запас прочности:

$$n_{T\sigma}^{1-1} = \frac{\sigma_T}{\sigma^{1-1}} = \frac{1100}{63,36} = 17,36$$

$$n_{T\tau}^{1-1} = \frac{\tau_T}{\tau^{1-1}} = \frac{550}{20,99} = 26,2$$

$$n_T^{1-1} = \frac{n_{T\sigma}^{1-1} \cdot n_{T\tau}^{1-1}}{\sqrt{(n_{T\sigma}^{1-1})^2 + (n_{T\tau}^{1-1})^2}} = \frac{17,36 \cdot 26,2}{\sqrt{17,36^2 + 26,2^2}} = 14,47$$

Значение общего коэффициента запаса прочности в сечении 1-1  $n_T = 14,47 > [n_T] = 1,3...2$ , значит, статическая прочность в сечении 1-1 обеспечена.  
Для сечения 2-2:

$$M_y^{2-2} = R_{By} \cdot \left( c + \frac{b_{1B}}{2} \right) - F_{r1B} \cdot \frac{b_{1B}}{2}$$

$$M_y^{2-2} = 783,5 \cdot \left( 0,0345 + \frac{0,031}{2} \right) - 1136,8 \cdot \frac{0,031}{2} = 21,56 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$M_x^{2-2} = R_{Bx} \cdot \left( c + \frac{b_{1B}}{2} \right) - F_{r1B} \cdot \frac{b_{1B}}{2}$$

$$M_x^{2-2} = 3028,2 \cdot \left( 0,0345 + \frac{0,031}{2} \right) - 3123,4 \cdot \frac{0,031}{2} = 103 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$M^{2-2} = \sqrt{103^2 + 21,56^2} = 105,17 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Определение геометрических характеристик опасных сечений вала:

$$W_u^{2-2} = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$$

$$W_u^{2-2} = \frac{\pi \cdot (0,032)^3}{32} = 3,217 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$$

$$W_k^{2-2} = \frac{\pi \cdot d^3}{16}$$

$$W_k^{2-2} = \frac{\pi \cdot (0,032)^3}{16} = 6,434 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$$

Определение действующих напряжений:

$$\sigma^{2-2} = \frac{M^{2-2}}{W_u^{2-2}} = \frac{105,17}{3,217 \cdot 10^{-6}} = 32,69 \text{ МПа}$$

$$\tau^{2-2} = \frac{T}{W_k^{2-2}} = \frac{64,386}{6,434 \cdot 10^{-6}} = 10 \text{ МПа}$$

Запас прочности:

$$n_{T\sigma}^{2-2} = \frac{\sigma_T}{\sigma^{2-2}} = \frac{1100}{32,69} = 33,65$$

$$n_{T\tau}^{2-2} = \frac{\tau_T}{\tau^{2-2}} = \frac{550}{10} = 55$$

$$n_T^{2-2} = \frac{n_{T\sigma}^{2-2} \cdot n_{T\tau}^{2-2}}{\sqrt{(n_{T\sigma}^{2-2})^2 + (n_{T\tau}^{2-2})^2}} = \frac{33,65 \cdot 55}{\sqrt{33,65^2 + 55^2}} = 28,7$$

Значение общего коэффициента запаса прочности в сечении 2-2  $n_T = 28,7 > [n_T] = 1,3...2$ , значит, статическая прочность в сечении 2-2 обеспечена.

#### 5.4.4. Расчет вала на сопротивление усталости

Для сечения 1-1:

В сечении 1-1 источником концентрации напряжений является соединение с натягом.

Значения коэффициентов  $K_\sigma/K_{d\sigma}$  и  $K_\tau/K_{d\tau}$  для соединения с натягом принимаем по табл. 4.3:

$$K_\sigma/K_{d\sigma} = 5,1; K_\tau/K_{d\tau} = 3,05$$

Значения коэффициентов влияния качества поверхности при шероховатости  $R_a = 0,8 \text{ мкм}$  для соединения с натягом принимаем по табл. 4.5:

$$K_{F\sigma} = 0,91; K_{F\tau} = 0,95$$

Значение коэффициента влияния поверхностного упрочнения по табл. 4.6:

$$K_v = 1$$

Значения коэффициентов снижения предела выносливости:

$$K_{\sigma D} = \left( \frac{K_\sigma}{K_{d\sigma}} + \frac{1}{K_{F\sigma}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{K_v} = \left( 5,1 + \frac{1}{0,91} - 1 \right) \cdot \frac{1}{1} = 5,199$$

$$K_{\tau D} = \left( \frac{K_\tau}{K_{d\tau}} + \frac{1}{K_{F\tau}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{K_v} = \left( 3,05 + \frac{1}{0,95} - 1 \right) \cdot \frac{1}{1} = 3,1$$

Амплитуды напряжений и среднее напряжение цикла:

$$\sigma_a^{1-1} = \sigma_u^{1-1} = \frac{M^{1-1}}{W_u^{1-1}} = \frac{97,19}{1,534 \cdot 10^{-6}} = 63,36 \text{ МПа}$$

$$\sigma_m^{1-1} = 0$$

$$\tau_a^{1-1} = \frac{\tau_k^{1-1}}{2} = \frac{T}{2 \cdot W_k^{1-1}} = \frac{64,386}{2 \cdot 3,068 \cdot 10^{-6}} = 10,493 \text{ МПа}$$

$$\tau_m^{1-1} = \tau_a^{1-1}$$

Коэффициенты запаса:

$$S_\sigma^{1-1} = \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma D} \cdot \sigma_a^{1-1} + \Psi_\sigma \cdot \sigma_m^{1-1}} = \frac{516}{5,199 \cdot 63,36 + 0} = 1,566$$

$$S_\tau^{1-1} = \frac{\tau_{-1}}{K_{\tau D} \cdot \tau_a^{2-2} + \Psi_\tau \cdot \tau_m^{2-2}} = \frac{309,6}{3,1 \cdot 10,493 + 0,13 \cdot 10,493} = 9,135$$

$$S^{1-1} = \frac{S_\sigma^{1-1} \cdot S_\tau^{1-1}}{\sqrt{(S_\sigma^{1-1})^2 + (S_\tau^{1-1})^2}} = \frac{1,566 \cdot 9,135}{\sqrt{1,566^2 + 9,135^2}} = 1,544$$

Значение общего коэффициента запаса прочности в сечении 1-1  $S = 1,544 > [S] = 1,5 \dots 2,5$ , значит, усталостная прочность в сечении 1-1 обеспечена.

Для сечения 2-2:

В сечении 2-2 источником концентрации напряжений является ступенчатый переход с галтелью. Для радиуса галтели  $R = 4 \text{ мм}$ , делительного диаметра шестерни 40 мм, диаметра вала 32 мм, имеем  $\frac{D}{d} = \frac{40}{32} = 1,25; \frac{R}{d} = \frac{4}{32} = 0,125$ . Принимаем

$\frac{D}{d} = 1,25; \frac{R}{d} = 0,1$  и по графикам и формулам рис. 4.1 определяем значения эффективных коэффициентов концентрации напряжений для ступенчатого перехода с галтелью в сечении 2-2:

Значения эффективных коэффициентов концентрации напряжений для ступенчатого перехода с галтелью принимаем по графикам 4.1:

$$K_\sigma = 1 + C_\sigma (K_{\sigma(D/d=2)} - 1) = 1 + 0,51 \cdot (2,15 - 1) = 1,587;$$

$$K_\tau = 1 + C_\tau (K_{\tau(D/d=1,4)} - 1) = 1 + 0,75 \cdot (1,4 - 1) = 1,3.$$

Значения коэффициентов влияния абсолютных размеров поперечного сечения принимаем по табл. 4.4:

$$K_{d\sigma} = 0,73; K_{d\tau} = 0,73$$

Значения коэффициентов влияния качества поверхности при шероховатости  $R_a = 6,3 \text{ мкм}$ :

$$K_{F\sigma} = 1 - 0,22 \cdot \left( \lg \frac{\sigma_B}{20} - 1 \right) \cdot \lg R_z = 1 - 0,22 \cdot \left( \lg \frac{1200}{20} - 1 \right) \cdot \lg 5,5 \times 6,3 = 0,736$$

$$K_{F\tau} = 0,575 \cdot K_{F\sigma} + 0,425 = 0,575 \cdot 0,736 + 0,425 = 0,848$$

Значение коэффициента влияния поверхностного упрочнения по табл. 4.6:

$$K_v = 1$$

Значения коэффициентов снижения предела выносливости:

$$K_{\sigma D} = \left( \frac{K_\sigma}{K_{d\sigma}} + \frac{1}{K_{F\sigma}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{K_v} = \left( \frac{1,587}{0,73} + \frac{1}{0,736} - 1 \right) \cdot \frac{1}{1} = 2,533$$

$$K_{\tau D} = \left( \frac{K_\tau}{K_{d\tau}} + \frac{1}{K_{F\tau}} - 1 \right) \cdot \frac{1}{K_v} = \left( \frac{1,3}{0,73} + \frac{1}{0,848} - 1 \right) \cdot \frac{1}{1} = 1,96$$

Амплитуды напряжений и среднее напряжение цикла:

$$\sigma_a^{2-2} = \sigma_u^{2-2} = \frac{M^{2-2}}{W_u^{2-2}} = \frac{105,17}{3,217 \cdot 10^{-6}} = 32,69 \text{ МПа}$$

$$\sigma_m^{2-2} = 0$$

$$\tau_a^{2-2} = \frac{\tau_k^{2-2}}{2} = \frac{T}{2 \cdot W_k^{2-2}} = \frac{64,386}{2 \cdot 6,434 \cdot 10^{-6}} = 5 \text{ МПа}$$

$$\tau_m^{2-2} = \tau_a^{2-2}$$

Коэффициенты запаса:

$$S_\sigma^{2-2} = \frac{\sigma_{-1}}{K_{\sigma D} \cdot \sigma_a^{2-2} + \Psi_\sigma \cdot \sigma_m^{2-2}} = \frac{516}{2,533 \cdot 32,69 + 0} = 6,232$$

$$S_\tau^{2-2} = \frac{\tau_{-1}}{K_{\tau D} \cdot \tau_a^{2-2} + \Psi_\tau \cdot \tau_m^{2-2}} = \frac{309,6}{1,96 \cdot 5 + 0,13 \cdot 5} = 24,689$$

$$S^{2-2} = \frac{S_\sigma^{2-2} \cdot S_\tau^{2-2}}{\sqrt{(S_\sigma^{2-2})^2 + (S_\tau^{2-2})^2}} = \frac{6,232 \cdot 24,689}{\sqrt{6,232^2 + 24,689^2}} = 6,043$$

Значение общего коэффициента запаса прочности в сечении 2-2  $S = 6,043 > [S] = 1,5 \dots 2,5$ , значит, усталостная прочность в сечении 2-2 обеспечена.

### Список литературы

1. Дунаев П.Ф. Конструирование узлов и деталей машин: учеб. пособие для студ. Высш. Учеб. Заведений / П.Ф. Дунаев, О.П. Леликов. -9 -е перераб.и доп. -М.: Издательский центр «Академия», 2006. - 496 с.
2. Леликов О. П. Валы и опоры с подшипниками качения. Конструирование и расчет: Справочник. М.: Машиностроение, 2006.- 640с.
3. Рекомендации Расчеты и испытания на прочность. Расчеты на прочность валов и осей Р50-83-88 Изд. Стандартов, М1989.-71с.
4. ГОСТ 25.504 – 82. Расчеты и испытания на прочность. Методы расчета характеристик сопротивления усталости, 1984.-81 с.
5. Расчет валов на статическую, усталостную прочность и жесткость: Учебное пособие / В.С. Жернаков, В.С. Куликов, Т.Н. Мардимасова; Уфимск. гос. авиац. техн. Ун-т. – Уфа: УГАТУ, 2003. - 76с.
6. Справочник по сопротивлению материалов / Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В.; Отв. ред. Писаренко Г.С. – 2-е изд., перераб. и доп. – Киев: Наук. Думка, 1988.-736 с.

Составители: ТАРХОВ Лев Николаевич  
ИТБАЕВ Валерий Каюмович  
ЗЫРЯНОВ Алексей Викторович

## РАСЧЕТ ВАЛОВ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ РЕДУКТОРОВ НА СТАТИЧЕСКУЮ И УСТАЛОСТНУЮ ПРОЧНОСТЬ

Методические указания  
к курсовому проектированию

Подписано в печать 04.05.2008. Формат 60×84 1/16.  
Бумага офсетная. Печать плоская. Гарнитура Times New Roman.  
Усл. печ. л. 3,9. Усл. кр.-отг. 3,9. Уч.-изд. л. 3,8.

Тираж 100 экз. Заказ № 283

ГОУ ВПО Уфимский государственный авиационный технический университет  
Центр оперативной полиграфии УГАТУ  
450000, Уфа-центр, ул. К. Маркса, 12