

Лабораторная работа №1

«Определение центра тяжести плоских фигур»

Цель работы: ознакомиться с методами определения центра тяжести фигур; экспериментальным путем определить координаты центра тяжести плоской фигуры и сравнить с результатами расчета.

Оборудование: установка для определения центра тяжести плоских фигур М5, набор плоских фигур, карандаш.

Описание экспериментальной установки

Технические характеристики

Габаритные размеры установки, мм, не более	длина	210
	ширина	210
	высота	350
Масса установки, кг, не более	4	

Внешний вид установки приведен на рисунке 1. Установка выполнена в настольном исполнении и состоит из основания 1 с вертикальной стойкой 2 (рисунок 2). Сверху на стойке закреплена головка 3 с двумя осями, на нижней из которых подвешивается какая-либо плоская фигура из комплекта сменных фигур, а на верхней отвес с прорезью 4 и грузом 5 на конце. В свободном состоянии отвес может поворачиваться относительно своей оси в вертикальной плоскости. Для выставки отвеса в вертикальном положении установка имеет регулируемые опоры 6. В средней части стойки установлен регулируемый по высоте упор 7, который позволяет прижать к нему плоскую фигуру движением отвеса вдоль своей оси, для проведения на ней вертикальной линии по пазу отвеса карандашом средней твердости.

К работе с установкой допускаются лица, ознакомленные с ее устройством, принципом действия и с порядком проведения работ.

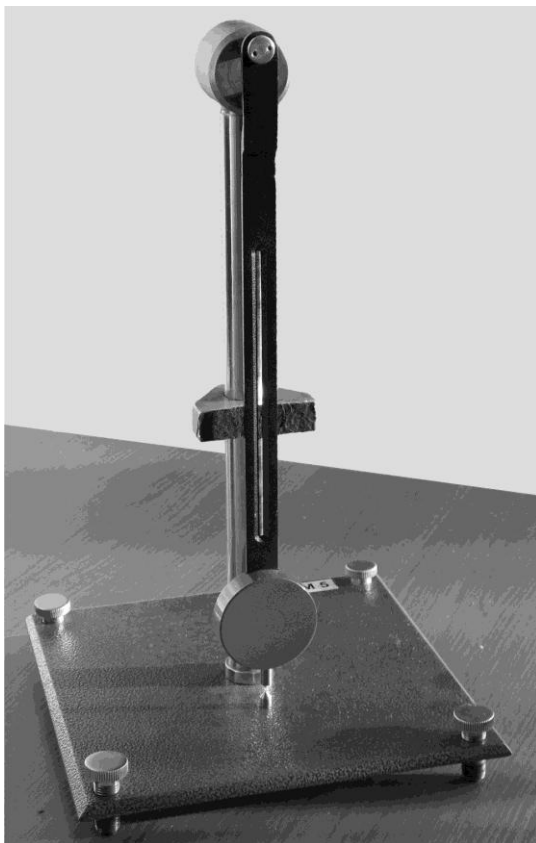


Рисунок 1 Внешний вид установки М5 для определения центра тяжести плоских фигур

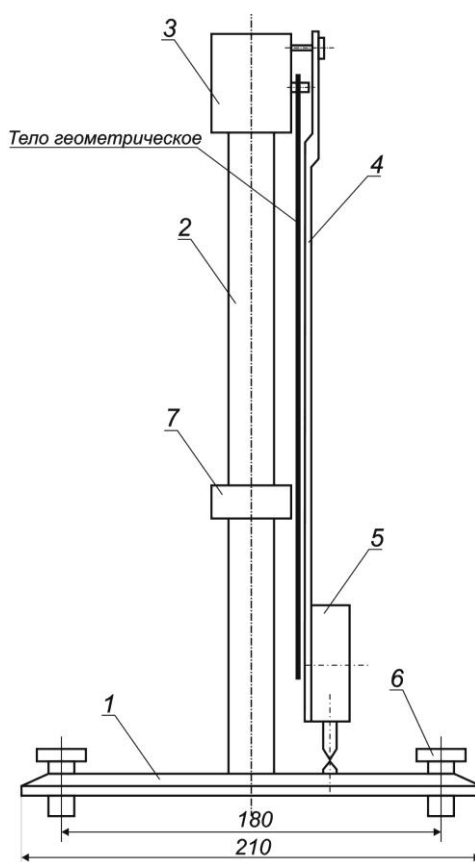


Рисунок 2 Схема установки М5 для определения центра тяжести плоских фигур

Краткие теоретические сведения

На каждую частицу тела, находящегося вблизи земной поверхности, действует направленная к центру Земли сила, которую называют силой тяжести. Эти силы образуют поле сил тяжести.

При рассмотрении движения тел, особенно таких, как самолеты, ракеты, космические корабли, большое значение имеет понятие центра тяжести. Для введения понятия центра тяжести разобьем мысленно рассматриваемое тело на достаточно большое число малых по сравнению с телом или элементарных его частей произвольной формы. Силу тяжести элементарной частицы тела с индексом i от действия на нее Земли обозначим через P_i , а силу тяжести всего тела – через P .

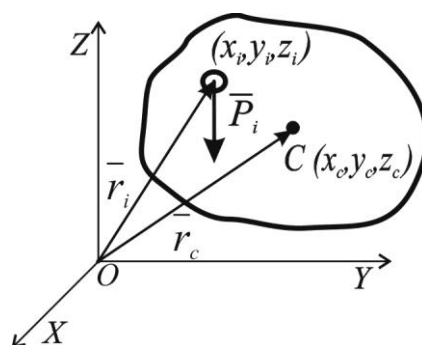


Рисунок 3 Сила тяжести

Силы тяжести элементарных частиц тела направлены приблизительно к центру Земли, т. е. образуют систему сходящихся сил. Для тел, размеры которых очень малы по сравнению с размерами Земли, силы тяжести, действующие на частицы тела, считаются параллельными друг другу и сохраняющими для каждой частицы постоянное значение при любых поворотах тела. Силовое поле, в котором выполняются указанные два условия, называется однородным полем тяжести. Модуль равнодействующей сил тяжести, действующей на частицы данного тела, называется **весом тела**. Равнодействующая сил тяжести проходит через точку, которая называется *центром тяжести тела*. Таким образом, *центром тяжести твердого тела называется центр системы параллельных сил тяжести частиц данного тела*. При изменении положения тела в пространстве, что соответствует изменению направлений сил относительно тела, точка, соответствующая центру тяжести, не изменяет своего положения по отношению к телу. Нахождение центра тяжести сводится к нахождению центра параллельных сил.

Координаты центра тяжести, как центра параллельных сил, определяются по формулам

$$x_C = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^n P_i \cdot x_i, \quad y_C = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^n P_i \cdot y_i, \quad z_C = \frac{1}{P} \sum_{i=1}^n P_i \cdot z_i \quad (1)$$

где x_i, y_i, z_i – координаты точек приложения сил тяжести p_i , действующих на частицы тела; P – вес тела.

Для однородного тела вес p_i любой его части пропорционален объему V_i этой части, т.е. $p_i = \gamma \cdot V_i$, а вес тела P пропорционален объему V этого тела, т.е. $P = \gamma \cdot V$, где γ – вес единицы объем тела (удельный вес).

После подстановки значений p_i и P в выражения (1) получим:

$$x_C = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^n V_i \cdot x_i, \quad y_C = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^n V_i \cdot y_i, \quad z_C = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^n V_i \cdot z_i \quad (2)$$

Из выражений (2) видно, что положение центра тяжести однородного тела зависит только от его геометрической формы.

Если тело представляет собой однородную плоскую и тонкую пластину, то для нее

$$x_C = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^n A_i \cdot x_i, \quad y_C = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^n A_i \cdot y_i, \quad z_C = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^n A_i \cdot z_i \quad (3),$$

где A – площадь всей пластины; A_i – площади ее частей.

Координаты центра тяжести однородной линии можно найти по формулам

$$x_C = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^n l_i \cdot x_i, \quad y_C = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^n l_i \cdot y_i, \quad z_C = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^n l_i \cdot z_i \quad (4),$$

где l – длина всей линии; l_i – длины ее частей.

Таким образом, центр тяжести однородного тела определяется, как центр тяжести соответствующего объема, площади или линии

Методы определения координат центра тяжести тела

1. Метод симметрии. При определении центров тяжести широко используется симметрия тел. Для однородного тела, имеющего плоскость симметрии, центр тяжести находится в плоскости симметрии. Аналогично для однородного тела, имеющего ось или центр симметрии, центр тяжести находится соответственно на оси симметрии или в центре симметрии.

2. Метод разбиения на части (метод группировки). Тела сложной формы разбиваются на конечное число частей, положение центра тяжести которых известны или легко находятся. В таких случаях центр тяжести сложной фигуры находится по общим формулам (1), определяющим центр тяжести, только вместо элементарных частиц тела берутся его конечные части, на которое оно разбито. Разновидностью метода разбиения является метод отрицательных масс. Этот метод применяется к телам, имеющим вырезы, если центр тяжести тела без выреза и вырезанной части известны.

3. Метод интегрирования. Если однородное тело нельзя разбить на конечное число частей, положение центров, тяжести которых известны, то тело разбивают на бесконечно малые объемы, и затем эти объемы стягиваются в точку, т.е. переходят к пределу при стремлении малых объемов к нулю. Тогда стоящие в выражениях (2) суммы обращаются в интегралы, распространенные на весь объем тела, и формулы (2) записываются в виде

$$x_c = \frac{1}{V} \int_V x \cdot dV, \quad y_c = \frac{1}{V} \int_V y \cdot dV, \quad z_c = \frac{1}{V} \int_V z \cdot dV \quad (5)$$

Аналогично для координат центров тяжести плоских фигур и линий получаем из формул (3) и (4):

$$x_c = \frac{1}{A} \int_A x \cdot dA, \quad y_c = \frac{1}{A} \int_A y \cdot dA, \quad (6)$$

$$x_c = \frac{1}{l} \int_l x \cdot dl, \quad y_c = \frac{1}{l} \int_l y \cdot dl, \quad z_c = \frac{1}{l} \int_l z \cdot dl \quad (7)$$

Центр тяжести неоднородных тел сложной конфигурации (самолет, локомотив, трактор и т.п.) можно определить экспериментально. Одним из экспериментальных методов нахождения положения центра тяжести является метод подвешивания, который заключается в том, что тело подвешивают за различные его точки на тросе или нити. Направление нити, будет указывать направление, на котором находится центр тяжести тела. Точки пресечения этих направлений определяет положение центра тяжести тела.

Другим экспериментальным методом определения положения центра тяжести является метод взвешивания.

Порядок выполнения работы

1. Поместите установку на ровной горизонтальной поверхности стола.
2. Вращая регулируемые опоры 6, выставьте отвес 4 в вертикальное положение так, чтобы острый конец отвеса смотрел точно на коническую стрелку основания 1.
3. Поверните отвес 4 вокруг своей оси на некоторый угол, чтобы открылся доступ к нижней оси головки 3.
4. Подвесьте одну из сменных фигур, центр тяжести, которой необходимо определить, на эту ось за одно из трех предусмотренных отверстий и медленно верните отвес в исходное положение.
5. Выждите время до прекращения колебаний фигуры.
6. Зафиксируйте положение фигуры, зажав ее между упором 7 и отвесом 4, для чего медленно и осторожно подвиньте отвес оси от себя.
7. Проведите карандашом средней твердости вертикальную линию на плоской фигуре, двигая его вдоль центрального паза отвеса 4.
8. Отведите отвес 4 от плоской фигуры, двигая его вдоль оси на себя.
9. Снимите фигуру и перевесьте её за другое отверстие.
10. Произведите манипуляции по пунктам 5 – 8.
11. Снимите фигуру и перевесьте за третье отверстие.
12. Произведите манипуляции по пунктам 5 – 8.
13. Снимите фигуру. Точка пересечения трех линий и будет являться центром тяжести данной фигуры.
14. Подвесьте на ось головки 3 следующую фигуру.
15. Произведите манипуляции по пунктам 5 – 13 и т.д.
16. Определите центр тяжести другим способом (по выбору преподавателя) и сравните с экспериментальными данными.

Контрольные вопросы

1. Что такое центр тяжести?
2. В каких случаях важно знать его расположение?
3. Может ли центр тяжести располагаться вне детали?

4. Изменится ли положение центра тяжести от замены материала?
5. Формулы для определения координат центра тяжести.
6. Методы определения центра тяжести.
7. Объяснить порядок работы с установкой.

Отчет к лабораторной работе

1. Тема:
2. Цель работы:
3. Схема приборов (или инструментов) и установок:
4. Результаты измерений и исследований:
5. Выводы