

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уфимский государственный нефтяной технический университет»
Кафедра «Механика и конструирование машин»

Расчет валов

Учебно-методическое пособие
по теоретической и прикладной механике

Уфа 2019

В учебно-методическом пособии приведена методика расчетов и проектирования валов редуктора студентам всех форм обучения, обучающихся по направлению 131000 «Нефтегазовое дело», 151000 «Технологические машины и оборудование», 241000 «Энерго- и ресурсосберегающие процессы в химической технологии, нефтехимии и биотехнологии» и 150700 «Машиностроение».

В методическом пособии приведены примеры расчетов валов.

Составители: Шарипова Р.Р., к-т.техн. наук
Исмагилов М.Р., ст. преподаватель
Мазидуллин Д.Н., ассистент

Рецензент: Зубкова О.Е., к-т.техн. наук

Содержание

1 ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ.....	2
2 ВЫБОР МАТЕРИАЛОВ ВАЛОВ.....	2
3 РАСЧЕТ ВАЛА	5
3.1 Проектировочные (ориентировочные) расчеты валов.	5
3.2 Предварительный выбор подшипников качения.....	8
3.3 Проектировочный (приближенный) расчет вала.....	12
4 СИЛЫ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ НА ВАЛЫ	14
4.1 Цилиндрические зубчатые передачи.....	14
4.2 Конические передачи.....	19
5 ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА ПЕРЕДАЧ.....	19
5.2 Пример расчета вала косозубой цилиндрической передачи	23
5.3 Пример расчета вала конической передачи	26
6 УТОЧНЕННЫЙ РАСЧЕТ ВАЛОВ	29

1 ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Для поддержания вращающихся деталей - шкивов, блоков, зубчатых колес, звездочек, катков и т.п. - служат валы и оси. Основными критериями работоспособности проектируемых редукторных валов являются прочность и выносливость. Они испытывают сложную деформацию - совместное действие кручения, изгиба.

Оси предназначены лишь для поддержания вращающихся деталей и в отличие от валов не передают крутящего момента.

Опорные части валов называют цапфами, которые подразделяются на шипы и шейки, в зависимости от места расположения на валу.

Форма вала по длине определяется распределением нагрузки и условиями технологии изготовления и сборки. Эпюры изгибающих моментов по длине валов, как правило, непостоянны.

По условию прочности целесообразно конструировать валы переменного сечения, приближающиеся к форме тел равного сопротивления изгибу. Но из-за влияния крутящего момента, действующего не на всей длине вала, а во многих конструкциях еще и переменного практически валы выполняют ступенчатыми.

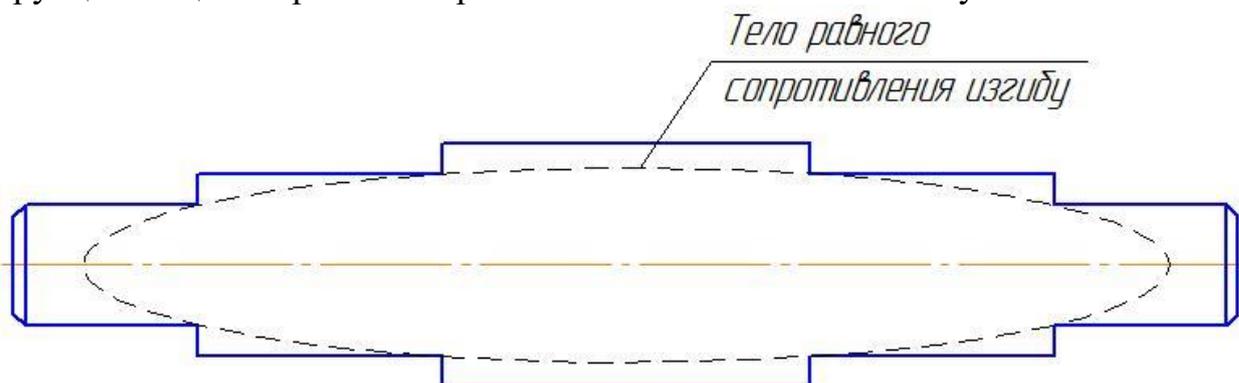


Рисунок 1.1 - Тело равного сопротивления изгибу

Такая форма удобнее в изготовлении и при сборке деталей на вал, а уступы валов служат для фиксации деталей в осевом направлении.

Желательно, чтобы каждая насаживаемая на вал неразъемная деталь свободно (без натяга) проходила по валу до своей посадочной поверхности во избежание повреждения поверхностей.

2 ВЫБОР МАТЕРИАЛОВ ВАЛОВ

В проектируемых редукторах для валов рекомендуется применять термически обрабатываемые среднеуглеродистые и легируемые стали: сталь 45, 40Х, 40ХН и др. Быстроходные валы, работающие в подшипниках скольжения, изготавливают из сталей 20, 20Х, 12ХНЗА. Цапфы этих валов цементируют для повышения износостойкости. Рекомендуемые для

изготовления валов марки сталей, виды их термообработки и соответствующие основные механические характеристики приведены в таблице 2.1. При этом важно, чтобы размеры заготовок не превышали предельных значений.

Таблица 2.1 - Механические характеристики сталей

Марка стали	Термообработка	Твёрдость заготовки		σ_B	σ_{-1}	τ_{-1}
		поверхности	сердцевины			
	2	3	4	5	6	9
35	Н	163...192 НВ		540	240	145
40	У	192...228 НВ		700	315	190
45	Н	179...207 НВ		610	275	160
45	У	235...262 НВ		750	345	205
40Х	Н	45...50 HRC, 269...302 НВ		630	310	180
40Х	У	235...262 НВ		800	400	230
40ХН	У	235...262 НВ		820	360	210
40ХН	У+ТВЧ	48...53 HRC,	269...302 НВ	920	420	250
20Х 18ХГТ 12ХН3А	У+ЦК	56...63 HRC,	300...400 НВ	900	420	250
35ХМ 40ХН	3	45...53 HRC		1060	600	345

Примечание: Н-нормализация, У- улучшение, ТВЧ - ток высокой частоты, Ц - цементация. (НВ- твердость по шкале Бринелля, HRC- твердость по шкале Роквелла, НV- твердость по шкале Виккерса).

Термообработка металлов - процесс тепловой обработки металлов и сплавов с целью изменения их структуры, а, следовательно, и свойств, заключающийся в термической (совокупность операций нагрева, выдержки и охлаждения) или химико-термической обработке (процесс диффузии в поверхностный слой материала углерода, азота, кремния и др. элементов за счет воздействия среды на нагретую заготовку). Возможно также механическое упрочнение поверхностных слоев деталей. К основным видам термической обработки относятся: отжиг, нормализация, закалка, отпуск и улучшение. Данную обработку проводят для повышения механических свойств металлов (прочности, износостойкости, исправления структуры).

Отжиг - вид термической обработки, заключающийся в нагреве до определённой температуры, выдержке в течение определенного времени при этой температуре и последующем, обычно медленном, охлаждении до комнатной температуры. При отжиге осуществляются процессы возврата (отдыха металлов), рекристаллизации и гомогенизации. Цели отжига - снижение твёрдости для облегчения механической обработки, улучшение микроструктуры и достижение большей однородности металла, снятие внутренних напряжений.

Нормализация (отжиг нормализационный) - отличается от отжига технологией охлаждения заготовок и обеспечивает несколько большую твердость и прочность материала. Нормализация достигается нагревом, выдержкой и последующим охлаждением на спокойном воздухе. Обеспечивает исправление структуры, перегретой стали, снятие внутренних напряжений в деталях из конструкционных сталей и улучшение их обрабатываемости; увеличение глубины прокаливаемости инструментальных сталей перед закалкой.

Закалка - представляет собой процесс нагрева стали до температуры выше температуры фазовых изменений, выдержке при этой температуре и последующего охлаждения с большой скоростью. При этом материал упрочняется, но остается хрупким. Закалка не является окончательной операцией термообработки. Чтобы уменьшить хрупкость, снять остаточные напряжения и получить требуемые механические свойства, закаленные детали подвергают **отпуску**. Закалка может быть выполнена по всему объему или по поверхности.

Отпуск является окончательной термической обработкой. Целью отпуска является повышение вязкости и пластичности, снижение твердости и уменьшение внутренних напряжений закаленных сталей.

Поверхностная закалка - повышает твердость материала, его износостойкость и т.д. При таком виде закалки основная объемная часть материала остается пластичной, что благоприятным образом сказывается на конструкции в целом. По этой причине такой вид термообработки часто используется на практике. Нагрев поверхности детали производят с большой скоростью токами высокой частоты (ТВЧ), электронным лучом, газовой горелкой. При этом сердцевина детали не прогревается до температуры закалывания стали. Повышается твердость и прочность только поверхностных слоев, а сердцевина стали остается вязкой, что предохраняет деталь от поломок, уменьшает коробление. Так закалывают валы, кулачки, зубья крупномодульных колес из сталей 40, 45, 50, 40Х, 40ХН и др.

Объемной называют закалку, при которой происходят нагрев и превращения по всему объему материала.

Малоуглеродистые стали с содержанием углерода до 0,25 % закалке не подлежат. Для повышения их механических свойств проводят химико-термическую обработку поверхностных слоев деталей на глубину 0,2...2 мм, что обеспечивает после закалки их высокую контактную прочность при сохранении вязкой сердцевины.

Улучшение - термообработка, состоящая из закалки и высокотемпературного (нагрев до 500... 670°C) отпуска. Его используют для повышения прочности деталей машин при сохранении или повышении вязкости материала. Улучшение обеспечивает большую твердость стали, чем нормализация. Например, нормализованная сталь 45 имеет твердость 170... 217 НВ, улучшенная - 269... 302 НВ. Назначение: обеспечение сочетания высокой прочности и пластичности при окончательной термообработке

деталей из конструкционных сталей, испытывающих в работе ударные и вибрационные нагрузки.

Термомеханическая обработка - нагрев, быстрое охлаждение до 400°С...500°С. Многократное пластическое деформирование, закалка и отпуск. Назначение: выполняют для проката и простых деталей, не подвергаемых сварке, для повышения прочности по сравнению с получаемой при обычной термической обработке.

Цементация (науглероживание) - насыщение углеродом поверхностных слоев на заданную глубину (после цементации рекомендуется закалка и низкий отпуск). Назначение: получение поверхностного слоя высокой твердости 500HV-600HV, износостойкости при наличии вязкой сердцевины деталей. При таком варианте термообработки цементируемый слой может наноситься только на отдельные участки детали. На цементацию поступают детали после механической обработки, так как после нее допускается только операция шлифования. Для цементации чаще всего используют низкоуглеродистые легированные стали. В результате на их поверхности образуется диффузионный слой, химический состав которого сильно зависит от глубины. Это можно объяснить тем, что проникновение диффундирующего элемента в глубинные слои оказывается затрудненным. Цементируют детали из низкоуглеродистых сталей марок 15, 20, 20X, 12ХНЗА и других.

Валы изготавливают с помощью токарной обработки и последующего шлифования посадочных поверхностей.

Торцы валов для облегчения сборки деталей и безопасности выполняют с фасками.

3 РАСЧЕТ ВАЛА

Расчеты валов на прочность, при проектировании изделия, проводят в три этапа.

3.1 Проектировочные (ориентировочные) расчеты валов.

Ориентировочный расчет валов редуктора выполняют только по напряжениям кручения (как при чистом кручении), то есть при этом не учитывают напряжения изгиба, концентрацию напряжений и переменность напряжений во времени (циклы напряжений). Для компенсации этого значения допускаемых напряжений на кручение выбирают заниженными в пределах $[\tau_{кр}]^* = 15 \dots 35$ МПа, в зависимости от длины вала. Для валов одноступенчатых редукторов рекомендуется принимать:

$$[\tau_{кр}]^* = 30 \dots 35 \text{ МПа.}$$

Из условия прочности на кручение:

$$T \approx 0,2 \cdot d_1^3 [\tau_{кр}]^*$$

откуда $d_1 = \sqrt[3]{\frac{T}{0,2 \cdot [\tau_{кр}]^*}}$

где T - крутящий момент, Н·мм;

$[\tau_{кр}]^*$ - значение заниженного допускаемого напряжения на кручение.

Вал редуктора представляет собой ступенчатое цилиндрическое тело, количество и размеры ступеней которого зависят от количества и размеров, установленных на нем деталей. На рисунках 3.1.1, 3.1.2, 3.1.3 приведены типовые конструкции валов одноступенчатых редукторов: 3.1.1 - быстроходного-цилиндрического; 3.1.2 - быстроходного-конического; 3.1.3 - тихоходного (l_3^* - в коническом редукторе).

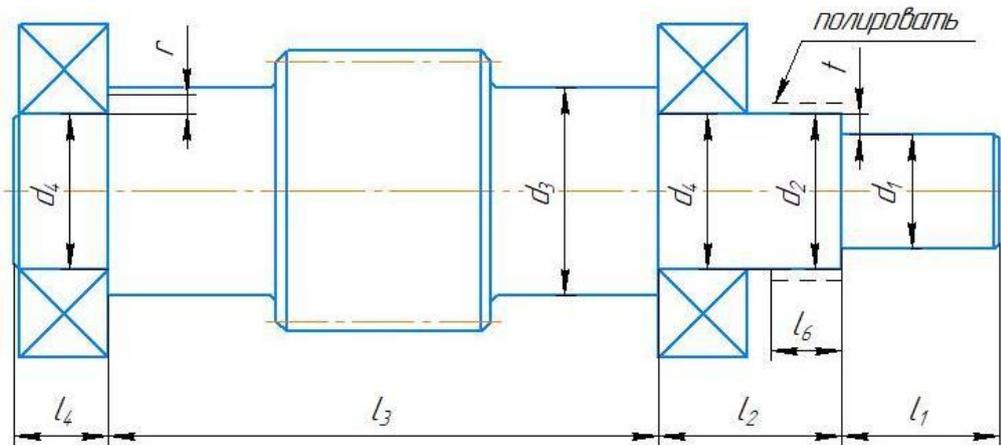


Рисунок 3.1.1 - Быстроходный цилиндрический вал

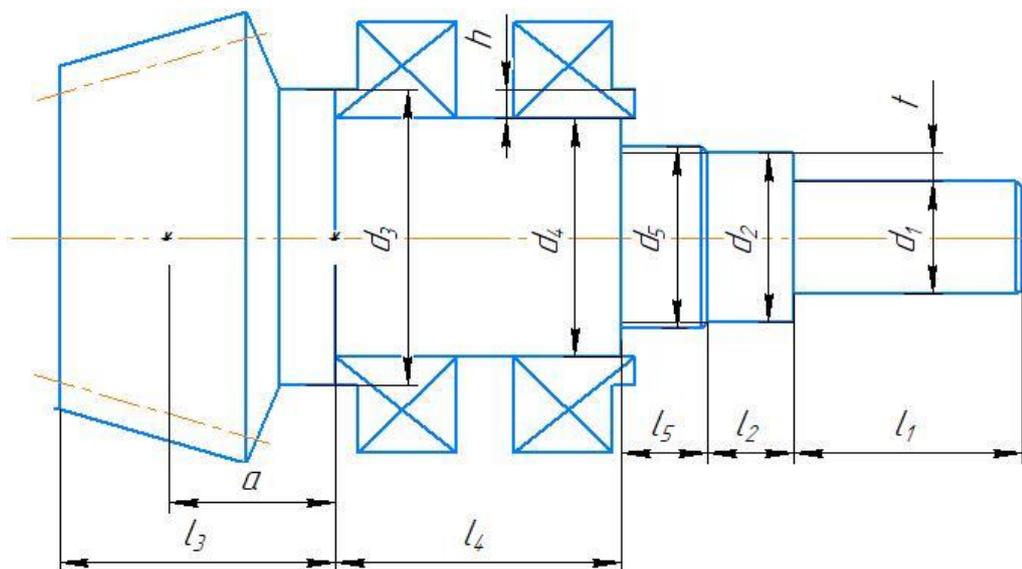


Рисунок 3.1.2 - Быстроходный конический вал-шестерня

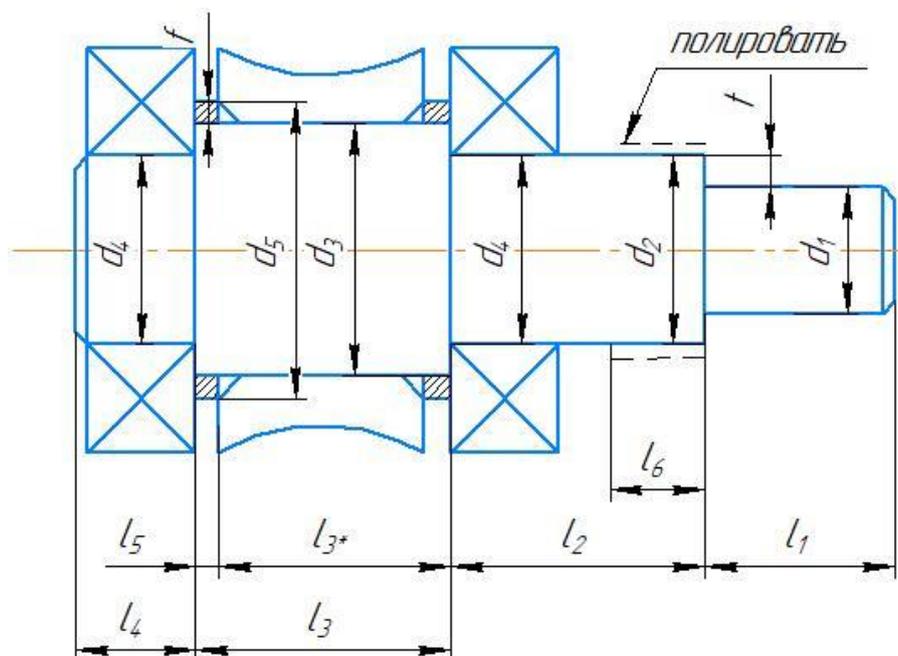


Рисунок 3.1.3 - Тихоходный вал (l_3^* - в конической передаче)

Ориентировочный расчёт ставит целью определить предварительные геометрические размеры каждой ступени вала: её диаметр и длину. При этом должны выполняться следующие условия:

1. Запас прочности в сечении вала может превышать допускаемое значение, если конструктивно (по технологии изготовления вала) нельзя уменьшить диаметр в данном сечении, то есть диаметры уменьшаются от ступени к ступени: $d_{\text{колеса}} \rightarrow d_{\text{подш}} \rightarrow d_{\text{упл}} \rightarrow d_{\text{вых}}$
2. Диаметры ступеней (кроме d_4) округлить до ближайшего значения из ряда нормальных линейных размеров: 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 42, 45, 48, 50, 52, 53, 55, 56, 60, 63, 67, 71, 75, 80, 85, 90 мм.
3. Диаметр d_4 под подшипник округлить до ближайшего стандартного диаметра внутреннего кольца подшипника d_4 (ГОСТ на подшипник).
4. Значения высоты t заплечика (буртика) и величин f фаски ступицы колеса и r фаски подшипника определяют в зависимости от диаметра ступени d по таблице 3.1:

Таблица 3.1 - Размеры заплечикови фасок

d	17...24	25...30	32...40	42...50	52...60	62...70	71...85
t	3	3,5	3,5	4,0	4,5	4,6	5,6
r	1,5	2,0	2,5	3,0	3,0	3,5	3,5
f	1	1	1.2	1.6	2	2	2,5

Таблица 3.2 - Определение размеров ступеней валов одноступенчатых редукторов, мм.

Ступень вала и её параметры d, l		Вал-шестерня коническая (рис. 3.1.2)	Вал-шестерня цилиндрическая (рис. 3.1.1)	Вал-колесо (рис.3.1.3)
1 – под элемент открытой передачи или под полумуфту	d_1	$d_1 = \sqrt[3]{\frac{T \cdot 1000}{0,2 \cdot [\tau_{кр}]^*}}$, где T – крутящий момент, Н·м		
	l_1	$l_1 = (0,8...1,5) \cdot d_1$ - под звездочку; $l_1 = (1,0...1,5) \cdot d_1$ - под шестерню; $l_1 = (1,2...1,5) \cdot d_1$ - под шкив; $l_1 = (1,0...1,5) \cdot d_1$ - под полумуфту		
2 – под уплотнение (манжету) крышки	d_2	$d_2 = d_1 + 2t$ - только под уплотнение	$d_2 = d_1 + 2t$	
	l_2	$l_2 \approx 0,64 \cdot d_4$ - только под уплотнение	$l_2 \approx 1,5 \cdot d_2$	$l_2 \approx 1,25 \cdot d_2$
5 – под распорную втулку (резьбу в конической передаче)	d_5	$d_5 = d_2 + 2...5$ под резьбу округлить в большую сторону до стандартного диаметра шлицевой гайки (ГОСТ 11871-88)	Не конструируют	$d_5 = d_3 + 3f$ ступень можно заменить распорной втулкой
	l_5	$l_5 \approx 0,4 \cdot d_4$		l_5 определить графически
3 – под шестерню, колесо	d_3	$d_3 = d_4 + 3,2r$	$d_3 = d_2 + 3,2r$	$d_3 = d_2 + 3,2r$
	l_3	l_3 определить графически на эскизной компоновке		
4 – под подшипник	d_4	$d_4 = d_5 + (2...4)$	$d_4 = d_2$	
	l_4	$l_4 = (2...2,5) \cdot a$	$l_4 = B$ – для шариковых подшипников; $l_4 = B$ – для роликовых конических подшипников	

3.2 Предварительный выбор подшипников качения

Выбор наиболее рационального типа подшипника для данных условий работы редуктора весьма сложен и зависит от целого ряда факторов: передаваемой мощности редуктора, типа передачи, соотношения сил в

зацеплении, частоты вращения внутреннего кольца подшипника, требуемого срока службы, приемлемой стоимости, схемы установки.

Предварительный выбор подшипников для каждого из валов редуктора проводят в следующем порядке:

1. В соответствии с рекомендациями табл. 3.3 определяют тип, серию и схему установки подшипников.

2. По справочнику-каталогу выбирают типоразмер подшипников по величине диаметра внутреннего кольца подшипника, равного диаметру d_4 ступени вала под подшипник.

3. По выбранному из каталога типоразмеру определяют основные параметры подшипников: геометрические размеры D , B , r , D_w ; динамическую C_r и статическую C_{r0} грузоподъемности. Здесь D диаметр наружного кольца подшипника, B ширина шарикоподшипника; T и C осевые размеры конического роликоподшипника.

Первая эскизная компоновка устанавливает расположение шестерни и колёса закрытой зубчатой передачи, а также шестерни (звездочки, шкива) открытой передачи и муфты относительно стенок корпуса редуктора и подшипниковых опор, определяет расстояния l_B и l_T между точками приложения реакций подшипников быстроходного и тихоходного валов, расстояния $l_{оп}$ и l_M от точек приложения сил возникающих в открытой передаче и муфты до точек приложения реакции ближнего подшипника (рис. 3.2.1).

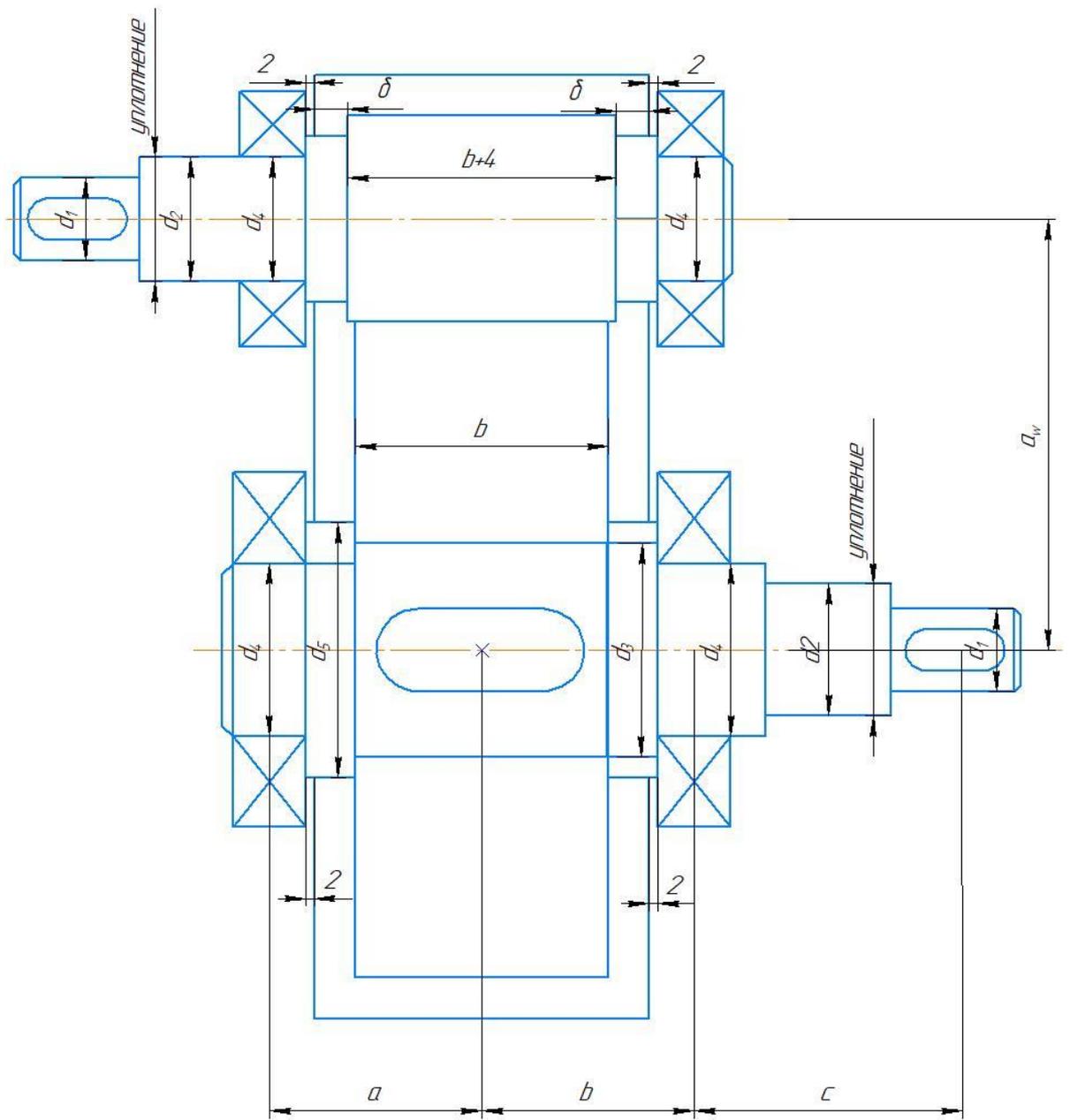


Рисунок 3.2.1 - Первая эскизная компоновка редуктора

Таблица 3.3 - Предварительный выбор подшипников

Передача	Вид	Тип подшипника	Серия	Угол контакта	Схема установки
цилиндрическая прямозубая	Б	радиальные шариковые однорядные	средняя (лёгкая)	0°	враспор
	Т	радиальные шариковые однорядные			
цилиндрическая косозубая	Б	радиальные шариковые однорядные при $\alpha_{\psi} \geq 200$ мм	средняя (лёгкая)	0°	с одной фиксир. опорой
	Т	при отношении осевой силы F_a , действующей на подшипник, к радиальной реакции в опоре $F_a / F_R < 0,25$ – радиальные шариковые однорядные	лёгкая (средняя)	0°	враспор
		при $F_a / F_R > 0,25$ – роликовые конические типа 7000	лёгкая	α =12°...16°	
коническая	Б	роликовые конические типа 7 000 при $n_1 \geq 1500$ об/мин	лёгкая (средняя)	α =12°...16°	врастяжку
		радиально- упорные шариковые типа 46000 при $n_1 \geq 1500$ об/мин		α =25°...29°	
	Т	роликовые конические типа 7 000 или 1027000	лёгкая	$\alpha = 29^\circ$ для типа 1027000	враспор
шевронная	Б	роликовые радиальные	-	0°	враспор
	Т	радиальные шариковые однорядные роликовые радиальные			враспор

Примечание: Б - быстроходная передача, Т- тихоходная передача.

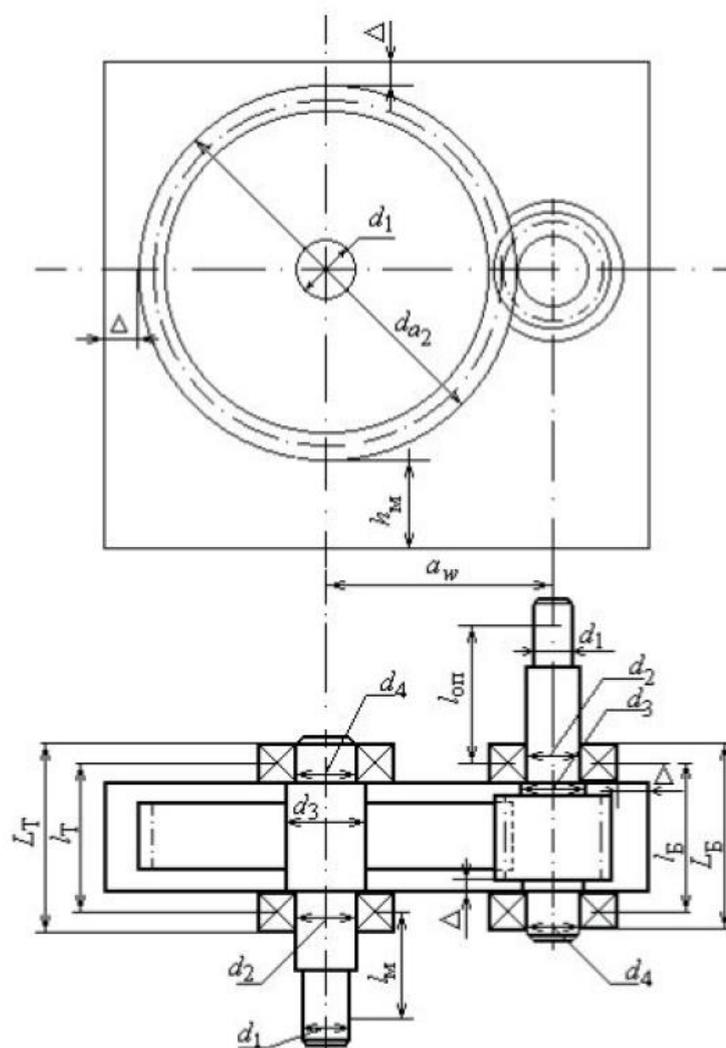


Рисунок 3.2.2

3.3 Проектировочный (приближенный) расчет вала

Проектировочный расчет на прочность проводят в следующем порядке.

а) Составление расчётной схемы вала по чертежу и нагрузкам от передач и муфт и определение опорных реакций.

При составлении расчётной схемы валы рассматривают как прямые брусья, лежащие на двух шарнирных опорах. Подшипники качения, воспринимающие радиальные и осевые силы, одну из которых рассматривают как шарнирно-неподвижную, вторую шарнирно-подвижной.

Схемы приложения нагрузок могут быть разные создающие щадящие или наихудшие условия работы рассматриваемого вала. Основными нагрузками на валы являются силы от передач и полумуфт. На расчётных схемах эти силы, а также вращающие моменты изображают как сосредоточенные и приложенные в серединах ступиц. Влиянием сил тяжести валов и насаженных на них деталей, силами трения пренебрегают. На рис. 4.2 приведен пример расчётной схемы выходного вала цилиндрического зубчатого редуктора с открытой прямозубой шестерней.

Внешние силы F_t, F_r , действующие в полюсе зацепления, приводят к оси вала и изображают отдельно в вертикальной и горизонтальной плоскостях, при этом возникают моменты пар сил - вращающий $T_2 = 0.5 \cdot F_{t2} \cdot d_2$ и изгибающий $M_{и} = 0.5 \cdot F_{a2} \cdot d_2$. Здесь d_2 - начальный диаметр колеса. Линейные размеры, особенности формы и конструктивные элементы вала выявляются при конструировании передач, подшипниковых узлов и муфт с учётом рекомендаций.

Измеряют расстояния между точками приложения внешних сил к валу. Систему сил, действующую на вал, приводят к равносному состоянию, достраивая реакции в опорах.

б) Построение эпюр изгибающих моментов в общем случае в двух взаимно перпендикулярных плоскостях и эпюры крутящих моментов проводят в следующей последовательности.

Определяют реакции в опорах из условия равновесия вала, составляя уравнения статики:

$$\sum M (F_i)_A = 0, \sum M (F_i)_B = 0$$

Правильность определения реакций R_A и R_B проверяют с помощью уравнения $\sum F_i (y) = 0$.

Определяют внутренние изгибающие моменты в поперечных сечениях на каждом участке вала методом сечений, составляя уравнения равновесия:

$$M_{\text{внутр}} = \sum M (F_i)_{\text{внеш}}$$

Под расчётной схемой вала строят эпюры крутящих и изгибающих моментов в вертикальной и горизонтальной плоскостях от всех действующих нагрузок. По этим эпюрам определяют эквивалентный момент в любом сечении вала.

По эквивалентным моментам предварительно определяют опасные сечения вала, подлежащие проверке, учитывая ступенчатую форму вала и места концентрации напряжений.

в) При расчёте коэффициента запаса усталостной прочности принимают, что напряжения изгиба изменяются по симметричному циклу, а напряжения кручения по отнулевому. Выбор отнулевого цикла для напряжений кручения основан на том, что большинство валов передает переменные по значению (в курсовом проекте из-за предполагаемого частого включения-выключения передачи), но постоянные по направлению вращающие моменты.

Определяют в опасных сечениях амплитуды и средние значения симметричного цикла нормальных напряжений при изгибе вала:

$\sigma_a = \sigma_{\max} = \frac{M_{\Sigma}}{W_x}$ и отнулевого цикла касательных напряжений при кручении вала: $\tau_a = \tau_m = \frac{\tau_{\max}}{2} = \frac{T}{2 \cdot W_p}$,

где $M_{\Sigma} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}$ - результирующий изгибающий момент в рассматриваемом опасном сечении;

M_x и M_y - изгибающие моменты в вертикальной и горизонтальной плоскостях в данном опасном сечении, Н·мм;

T - крутящий момент на валу, Н·мм;

W_x и W_p - моменты сопротивления нетто-сечения вала изгибу и кручению, соответственно, мм³.

4 СИЛЫ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ НА ВАЛЫ

4.1 Цилиндрические зубчатые передачи

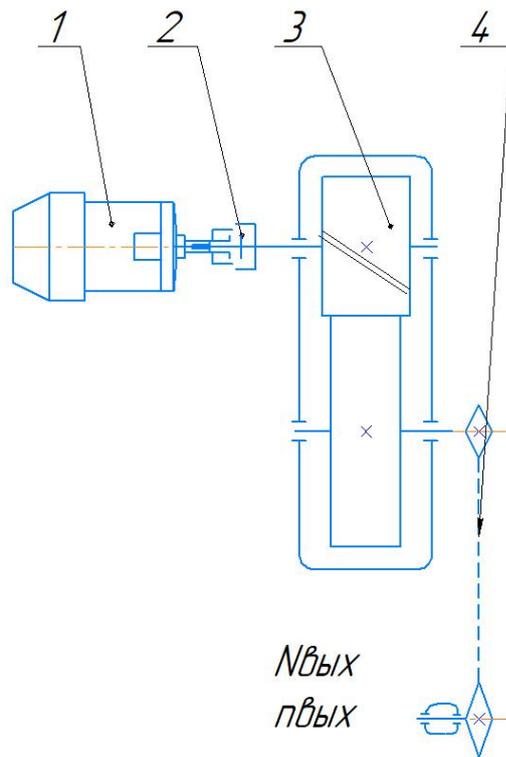
Для цилиндрических зубчатых передач:

$$F_{t1} = F_{t2} = \frac{2 \cdot T_2}{d_2}, F_{r1} = F_{r2} = F_{t2} \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\cos \beta}, F_{x1} = F_{x2} = F_{t2} \cdot \operatorname{tg} \beta$$

Радиальная нагрузка на вал от наличия муфты:

$$F_m = 125 \cdot \sqrt{T_i},$$

где T_i - вращающий момент на валу, Н·м.



- 1 – двигатель электрический;
- 2 – муфта;
- 3 – редуктор зубчатый
- 4 – передача цепная

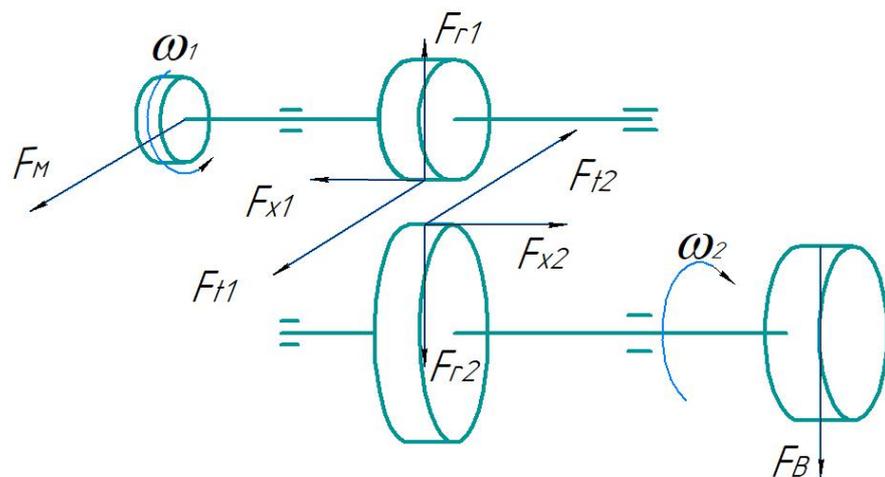
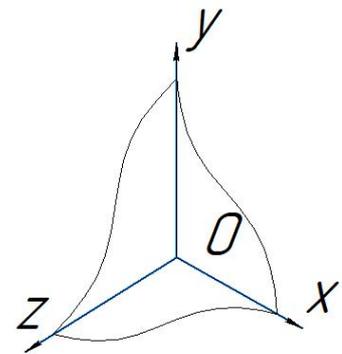


Рисунок 4.1.1 - Направление сил в зацеплении закрытой косозубой (горизонтальной) и цепной передачах

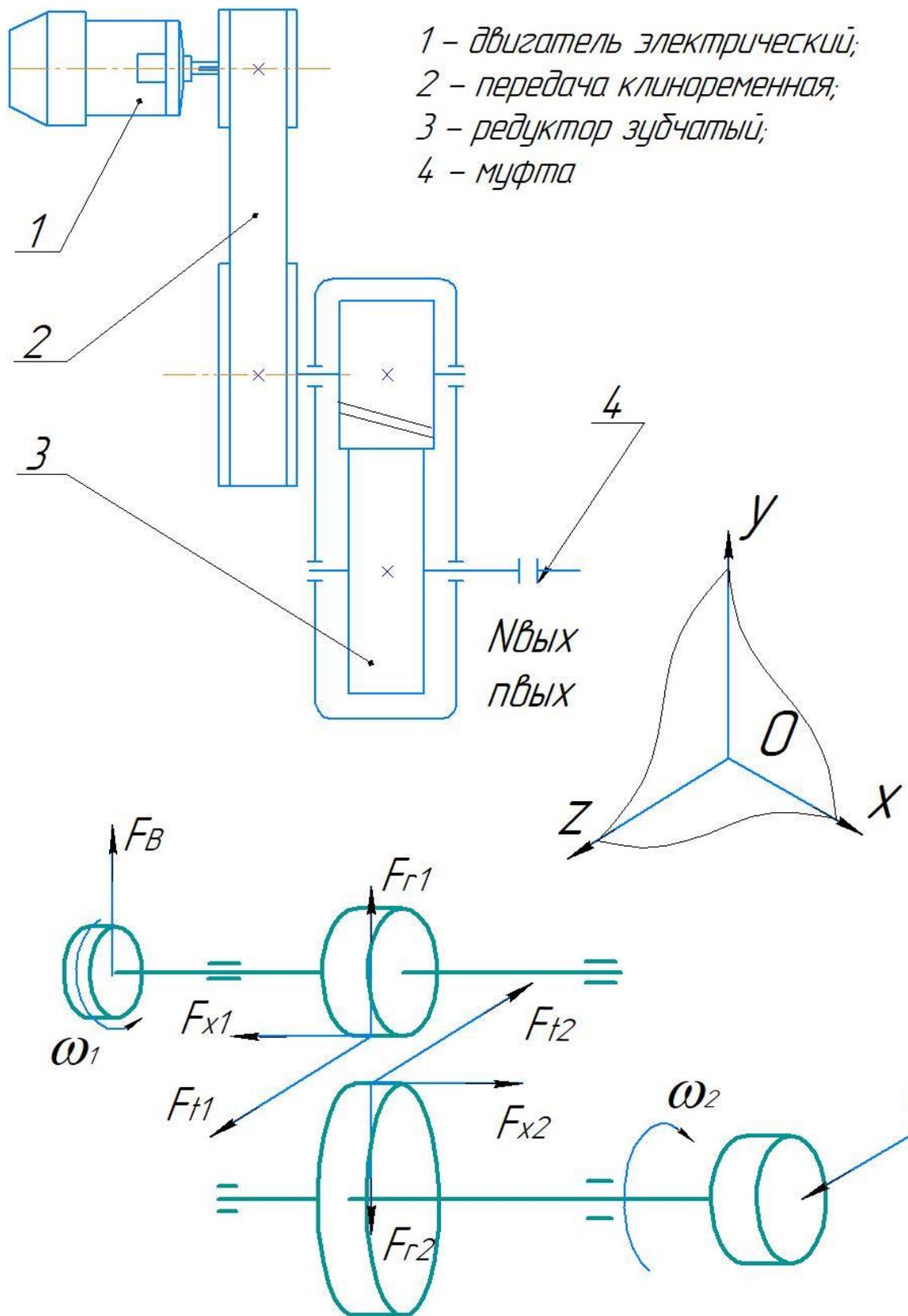


Рисунок 4.1.2 - Направление сил в зацеплении закрытой косозубой (горизонтальной) и ременной передачах

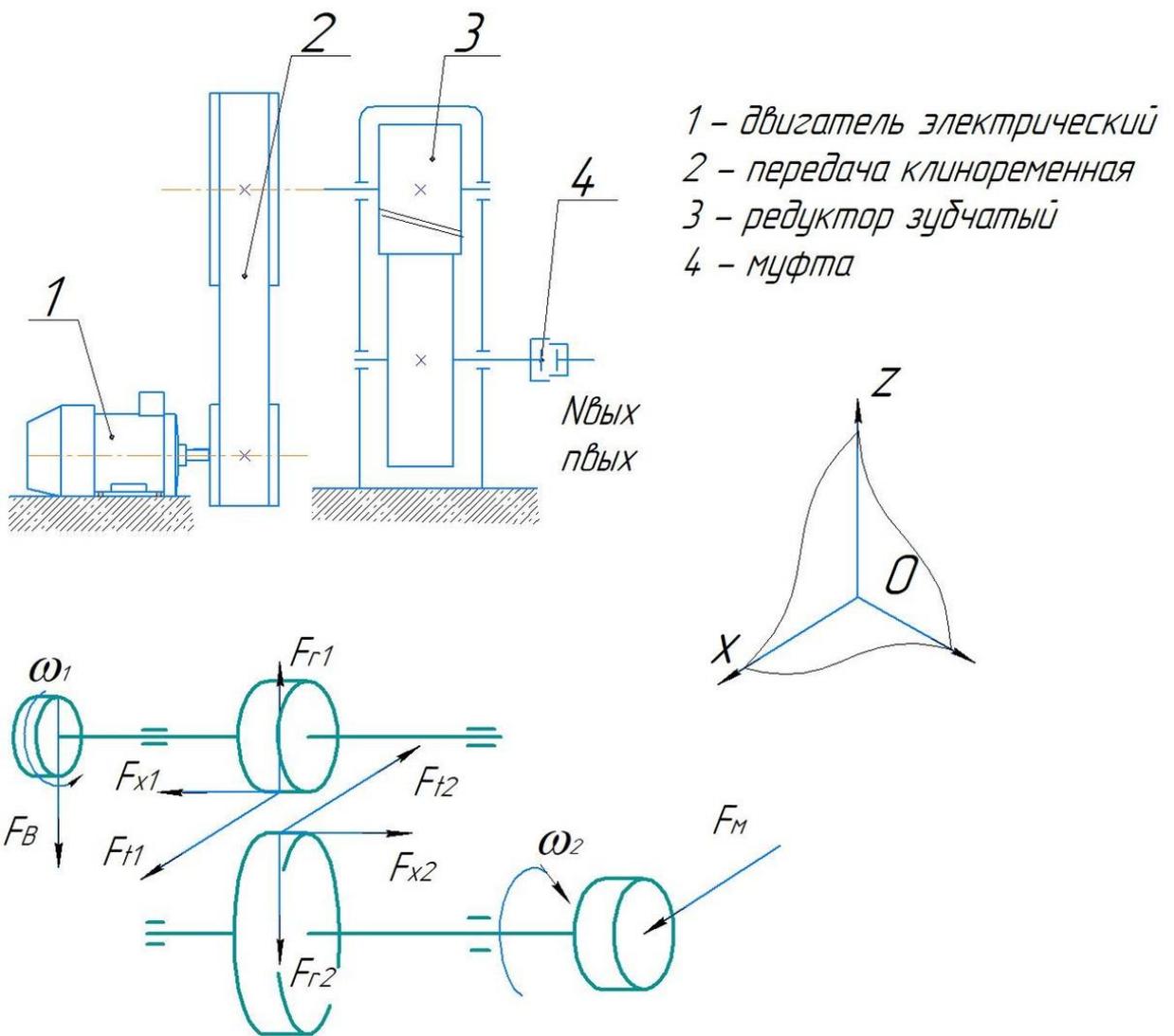
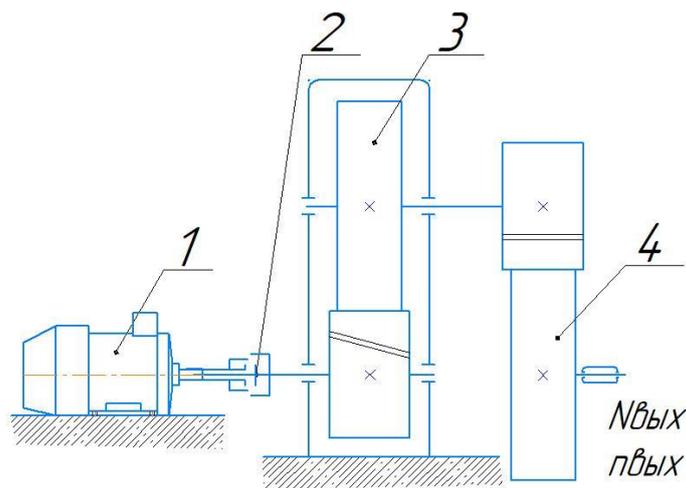


Рисунок 4.1.3 - Направление сил в зацеплении закрытой косозубой (вертикальной) и ременной передачах



- 1 - двигатель электрический;
- 2 - муфта;
- 3 - редуктор зубчатый
- 4 - передача зубчатая

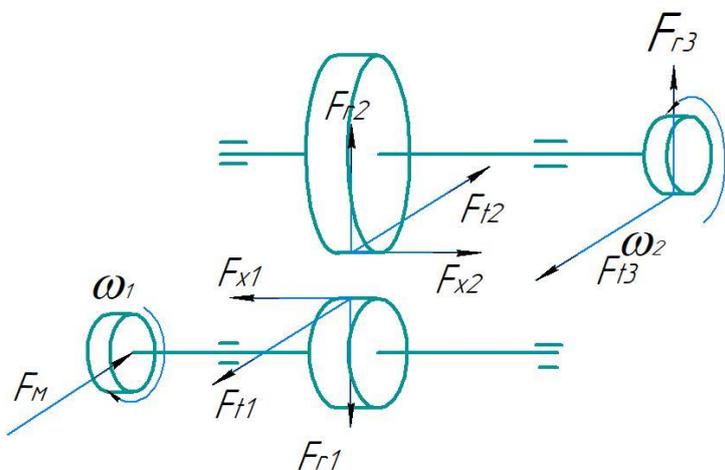
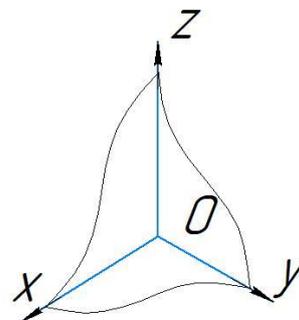


Рисунок 4.1.4 - Направление сил в зацеплении закрытой косозубой (вертикальной) и открытой прямозубой передачах

4.2 Конические передачи

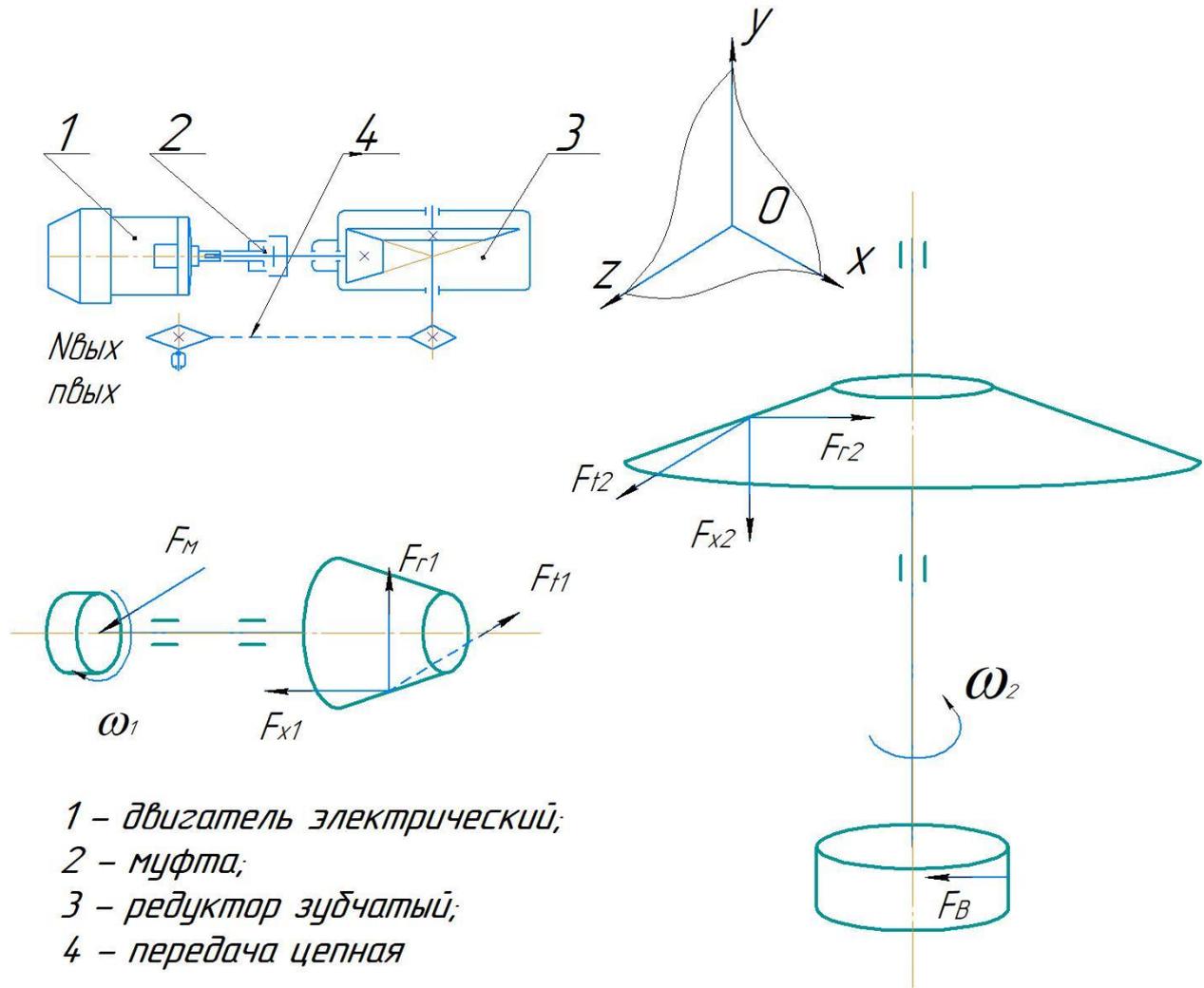


Рисунок 4.2.1 - Направление сил в зацеплении закрытой конической и цепной передач

Для конических зубчатых передач:

$$F_{t1} = \frac{2 \cdot T_1}{d_1}, F_{r1} = F_{x2} = F_{t1} \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \delta_1, F_{x1} = F_{r2} = F_t \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \sin \delta_1$$

5 ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА ПЕРЕДАЧ

5.1 Пример расчета вала шевронной (прямозубой) цилиндрической передачи

Нагрузку на вал, силу от муфты F_m , так как она постоянно меняет свое положение из-за вращения вала считаем приложенной в одной плоскости с силой F_r или с силой F_t в зацеплении.

$$F_m = 125 \cdot \sqrt{T} \text{ - для тихоходного вала;}$$

$$F_m = 50 \cdot \sqrt{T} \dots 125 \cdot \sqrt{T} - \text{для быстроходного вала};$$

$$F_m = 600 \text{ Н.}$$

Силы в зацеплении:

окружные силы $F_{t1} = 2944 \text{ Н}$;

радиальные силы $F_{r1} = 1072 \text{ Н}$ $F_m = 2500 \text{ Н}$;

момент на валу $T=400 \text{ Н}\cdot\text{м}$.

Расстояние между опорами $b = 0,047 \text{ м}$, $c = 0,047 \text{ м}$, $d = 0,062 \text{ м}$

Горизонтальная плоскость:

$$\sum M_{ax} = 0$$

$$R_{bx} \cdot (b + c) - F_{r3} \cdot b - F_m \cdot (b + c + d) = 0$$

$$R_{bx} = \frac{F_{r3} \cdot b + F_m \cdot (b + c + d)}{b + c} =$$

$$= \frac{1072 \cdot 47 + 2500 \cdot (47 + 47 + 62)}{47 + 47} = 4685 \text{ Н}$$

$$\sum M_{bx} = 0$$

$$-F_m \cdot d - R_{ax} \cdot (b + c) + F_{r3} \cdot c = 0$$

$$R_{ax} = \frac{-F_m \cdot d + F_{r3} \cdot c}{b + c} = \frac{-2500 \cdot 62 + 1072 \cdot 47}{47 + 47} = -1113 \text{ Н}$$

Вертикальная плоскость

$$\sum M_{ay} = 0$$

$$-R_{by} \cdot (b + c) + F_{t3} \cdot b = 0$$

$$R_{by} = \frac{F_{t3} \cdot b}{b + c} = \frac{2944 \cdot 47}{47 + 47} = 1472 \text{ Н}$$

$$\sum M_{by} = 0$$

$$R_{ay} \cdot (b + c) - F_{t3} \cdot c = 0$$

$$R_{ay} = \frac{F_{t3} \cdot c}{b + c} = \frac{2944 \cdot 47}{47 + 47} = 1472 \text{ Н}$$

Построение эпюр изгибающих моментов

$$M_{bx} = -F_m \cdot d = -2500 \cdot 0,062 = -155 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$M_{cx}^{\text{лев}} = R_{ax} \cdot b = -1113 \cdot 0,047 = -52,311 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$M_{cx}^{\text{пр}} = -F_m \cdot (c + d) + R_{bx} \cdot c =$$

$$= -2500 \cdot (0,047 + 0,062) + 4685 \cdot 0,047 = -52,305 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$M_{cy} = R_{by} \cdot c = 1472 \cdot 0,047 = 69,184 \text{ Нм}$$

Построение эпюр эквивалентных моментов

$$M_{\text{ЭКВ D}} = \sqrt{T_{\text{ЭКВД}}^2} = 400 \text{ Нм}$$

$$M_{\text{ЭКВ B}} = \sqrt{T_{\text{ЭКВД}}^2 + M_{bx}^2} = \sqrt{400^2 + 155^2} = 428,9 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

$$M_{\text{ЭКВ C}}^{\text{лев}} = \sqrt{M_{\text{сх}}^{\text{лев}} + M_{\text{сy}}^2} = \sqrt{52,311^2 + 69,184^2} = 86,73 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$M_{\text{ЭКВ C}}^{\text{пр}} = \sqrt{T_{\text{ЭКВД}}^2 + M_{\text{сх}}^{\text{лев}} + M_{\text{сy}}^2} = \sqrt{400^2 + 52,305^2 + 69,184^2} \\ = 409,29 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Вал предполагается изготовить из стали 45 с термообработкой "улучшение" $\sigma_0 = 880$ МПа. Допускаемое напряжение изгиба при симметричном цикле изменения напряжений:

$$[\sigma_{\text{И}}] = \frac{\sigma_B}{11} = \frac{880}{11} = 80 \text{ МПа}$$

$$d_D = \sqrt[3]{\frac{T}{[\tau_{\text{кр}}] \cdot 0,1}} = \sqrt[3]{\frac{400000}{0,2 \cdot 130}} = 24,87 \text{ мм}$$

$$d_B = \sqrt[3]{\frac{M_{\text{ЭКВ B}}}{[\sigma_{\text{И}}] \cdot 0,1}} = \sqrt[3]{\frac{428900}{0,1 \cdot 80}} = 37,7 \text{ мм}$$

$$d_c = \sqrt[3]{\frac{M_{\text{ЭКВ C}}}{[\sigma_{\text{И}}] \cdot 0,1}} = \sqrt[3]{\frac{409290}{0,1 \cdot 80}} = 37,1 \text{ мм}$$

Окончательно принимаем, учитывая ориентировочные расчеты валов на кручение:

$$d_d = 32 \text{ мм} \\ d_a = d_c = d_{\text{под}} = 40 \text{ мм} \\ d_b = 42 \text{ мм}$$

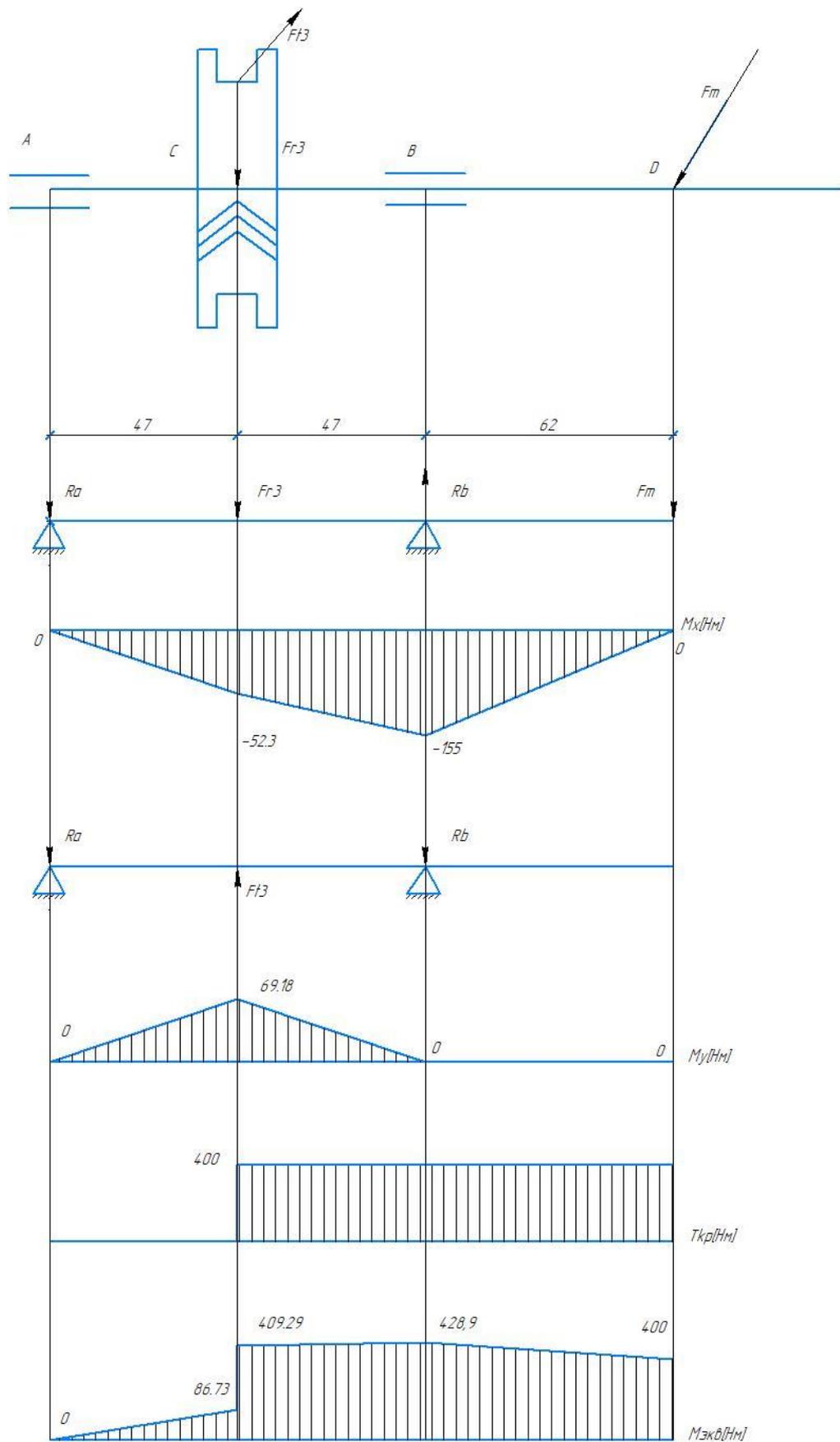


Рисунок 5.1.1 - Схема и эпюры моментов для тихоходного вала

5.2 Пример расчета вала косозубой цилиндрической передачи

Крутящий момент на валу $T = 32,869 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Расстояние между опорами $a=46\text{мм}$, $b=44\text{мм}$, $c=42\text{мм}$.

Расчетная схема представлена на рисунке 5.2.

Силы в зацеплении:

Радиальная нагрузка от шкива ременной передачи:

$$F_B = 2 \cdot \sigma_0 \cdot A \cdot z \cdot \sin \frac{\alpha}{2} = 2 \cdot 1,2 \cdot 47 \cdot 5 \cdot \sin \frac{169}{2} = 560 \text{ Н},$$

где σ_0 - напряжение от предварительного натяжения ремня (рекомендуется $1,8 \text{ МПа}$);

A – площадь сечения ремня, мм^2 ;

z – число ремней;

α – угол обхвата ремня, градусы.

Усилия в зацеплении колес:

окружная сила :

$$F_{t5} = F_{t4} = \frac{2 \cdot T_4}{d_4} = \frac{2 \cdot 32869}{48,2} = 1364 \text{ Н},$$

радиальная сила:

$$F_{r5} = F_{r4} = F_{t4} \frac{\text{tga}}{\cos\beta} = 1364 \frac{\text{tg}20}{\cos21} = 532 \text{ Н},$$

осевая сила:

$$F_{x5} = F_{x4} = F_{t4} \cdot \text{tg}\beta = 1364 \cdot \text{tg}21 = 524 \text{ Н}.$$

Горизонтальная плоскость:

$$\sum M_{ax} = 0;$$

$$\sum M_{ax} = -F_{x4} \cdot \frac{d_4}{2} + R_{bx} \cdot (b + c) - F_{r4} \cdot b + F_b \cdot a = 0$$

$$R_{bx} = \frac{F_{x4} \cdot \frac{d_4}{2} + F_{r4} \cdot b - F_b \cdot a}{b + c} =$$

$$= \frac{524 \cdot \frac{48,2}{2} + 532 \cdot 44 - 560 \cdot 46}{44 + 42} = 119,5 \text{ Н}$$

$$\sum M_{bx} = -R_{ax} \cdot (b + c) - F_{x4} \cdot \frac{d_4}{2} + F_{r4} \cdot c + F_b \cdot (a + b + c) = 0$$

$$R_{ax} = \frac{-F_{x4} \cdot \frac{d_4}{2} + F_{r4} \cdot c + F_b \cdot (a + b + c)}{b + c} =$$

$$= \frac{-524 \cdot \frac{48,2}{2} + 532 \cdot 42 + 560 \cdot (46 + 44 + 42)}{44 + 42} = 972,5 \text{ Н}$$

Вертикальная плоскость

$$\sum M_{ay} = -R_{by} \cdot (b + c) + F_{t4} \cdot c = 0$$

$$R_{by} = \frac{F_{t4} \cdot c}{b + c} = \frac{1364 \cdot 44}{44 + 42} = 697,9 \text{ Н}$$

$$\sum M_{by} = R_{ay} \cdot (b + c) + F_{t4} \cdot b = 0$$

$$R_{ay} = \frac{F_{t4} \cdot c}{b + c} = \frac{1364 \cdot 42}{44 + 42} = 666,1 \text{ Н}$$

Построение эпюр изгибающих моментов

$$M_{ax} = F_b \cdot a = 560 \cdot 0,046 = 25,76 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$M_{cx}^{\text{л}} = F_B \cdot (a + b) - R_{ax} \cdot b =$$

$$= 560 \cdot (0,046 + 0,044) - 972,5 \cdot 0,044 = 7,61 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$M_{cx}^{\text{п}} = -R_{bx} \cdot c = -119,5 \cdot 0,042 = -5,02 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$M_{cy} = R_{ay} \cdot b = 666,1 \cdot 0,044 = 29,31 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Построение эпюр эквивалентных моментов

$$M_{\text{ЭКВ}D} = \sqrt{T_{\text{ЭКВ}d}^2} = \sqrt{32,869^2} = 32,869 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$M_{\text{ЭКВ}A} = \sqrt{T_{\text{ЭКВ}d}^2 + M_{ax}^2} = \sqrt{32,869^2 + 25,76^2} = 41,76 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$M_{\text{ЭКВ}C}^{\text{л}} = \sqrt{T_{\text{ЭКВ}d}^2 + M_{cx}^{\text{л}2} + M_{cy}^2} = \sqrt{32,869^2 + 7,61^2 + 29,31^2}$$

$$= 44,6 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$M_{\text{ЭКВ}C}^{\text{п}} = \sqrt{M_{cx}^{\text{п}2} + M_{cy}^2} = \sqrt{5,02^2 + 29,31^2} = 29,74 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Вал предполагается изготовить из стали 45 с термообработкой "улучшение". $\sigma_B = 880 \text{ МПа}$. Допускаемое напряжение изгиба при симметричном цикле изменения напряжений:

$$[\sigma_{\text{И}}] = \frac{\sigma_B}{11} = \frac{880}{11} = 80 \text{ МПа}$$

$$d_D \geq \sqrt[3]{\frac{T_{\text{ЭКВ}d}^2}{[\tau_k] \cdot 0,2}} = \sqrt[3]{\frac{32869}{0,2 \cdot 130}} = 10,8 \text{ мм}$$

$$d_A \geq \sqrt[3]{\frac{M_{\text{ЭКВ}A}}{[\sigma_{\text{И}}] \cdot 0,1}} = \sqrt[3]{\frac{41760}{0,1 \cdot 80}} = 17,3 \text{ мм}$$

$$d_C \geq \sqrt[3]{\frac{M_{\text{ЭКВ}C}}{[\sigma_{\text{И}}] \cdot 0,1}} = \sqrt[3]{\frac{44690}{0,1 \cdot 80}} = 17,7 \text{ мм}$$

Окончательно принимаем, учитывая ориентировочные расчеты валов на кручение (раздел 4):

$$d_d = 16 \text{ мм}$$

$$d_c = 21 \text{ мм}$$

$$d_A = d_B = d_{\text{под}} = 20 \text{ мм}$$

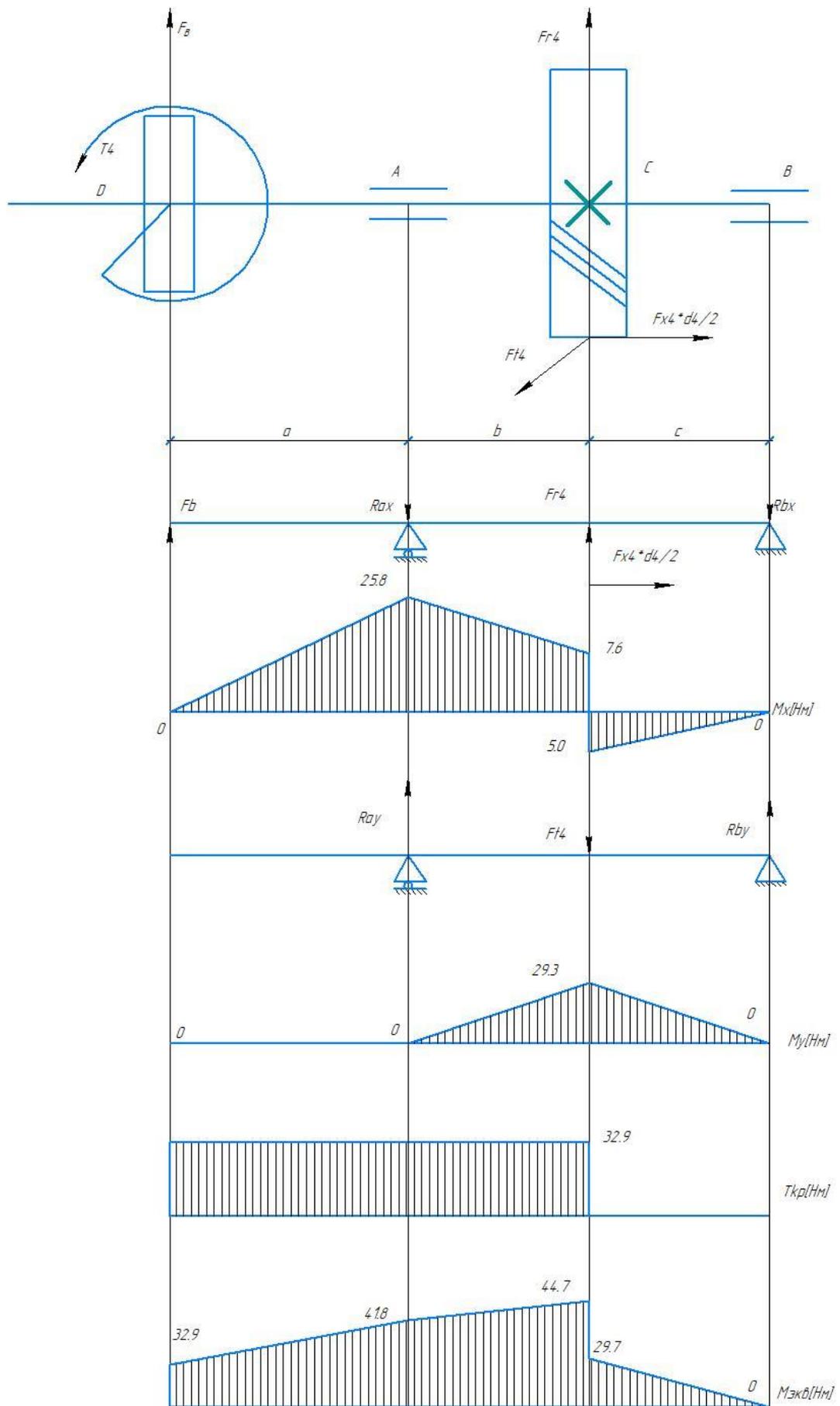


Рисунок 5.2.1 - Схема и эпюры моментов для тихоходного вала

5.3 Пример расчета вала конической передачи

Крутящий момент на валу $T = 90,930 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Расстояние между опорами $a=60\text{мм}$, $b=70\text{мм}$, $c=35\text{мм}$.

Расчетная схема представлена на рисунке 5.3.

Силы в зацеплении:

Радиальная нагрузка от звездочки цепной передачи:

$$F_b = 1500 \text{ Н}$$

Усилия в зацеплении:

окружная сила:

$$F_{t1} = \frac{2 \cdot T_1}{d_1} = \frac{2 \cdot 90930}{77,92} = 2372 \text{ Н}$$

радиальная сила:

$$F_{r1} = F_{q2} = F_{t1} \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \delta_1 = 2372 \cdot 0,364 \cdot 0,953 = 823 \text{ Н}$$

осевая сила:

$$F_{x1} = F_{r2} = F_t \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot \sin \delta_1 = 2372 \cdot 0,364 \cdot 0,302 = 261 \text{ Н}$$

Горизонтальная плоскость:

$$\sum M_{ax} = -F_{x1} \cdot \frac{d_1}{2} + R_{dx} \cdot b + F_{r1} \cdot (b + c) + F_b \cdot a = 0$$

$$R_{dx} = \frac{F_{x1} \cdot \frac{d_1}{2} - F_{r1} \cdot (b + c) - F_b \cdot a}{b} =$$
$$= \frac{261 \cdot \frac{76,67}{2} - (823 \cdot (70 + 35) + 1500 \cdot 60)}{70} = -2377,27 \text{ Н}$$

$$\sum M_{dx} = F_b \cdot (a + b) - R_{ax} \cdot b - F_{x1} \cdot \frac{d_1}{2} + F_{r1} \cdot c = 0$$

$$R_{ax} = \frac{F_b \cdot (a + b) - F_{x1} \cdot \frac{d_1}{2} + F_{r1} \cdot c}{b} =$$
$$= \frac{1500 \cdot (60 + 70) - 261 \cdot \frac{76,67}{2} + 823 \cdot 35}{70} = 3054,27 \text{ Н}$$

Построение эпюр изгибающих моментов

$$M_{ax} = F_b \cdot a = 1500 \cdot 0,06 = 90$$

$$M_{dx} = F_b \cdot (a + b) - R_{ax} \cdot b =$$
$$= 1500 \cdot (0,06 + 0,07) - 3054,77 \cdot 0,07 = -18,798 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$M_{bx} = F_{x1} \cdot \frac{d_1}{2} = 261 \cdot \frac{0,076}{2} = 10 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Вертикальная плоскость

$$\sum M_{ay} = R_{dy} \cdot b - F_{t1} \cdot (b + c) = 0$$

$$R_{dy} = \frac{F_{t1} \cdot (b + c)}{b} = \frac{2372 \cdot (70 + 35)}{70} = 3558 \text{ Н}$$

$$\sum M_{dy} = R_{ay} \cdot b - F_{t1} \cdot c = 0$$

$$R_{ay} = \frac{F_{t1} \cdot c}{b} = \frac{2372 \cdot 35}{70} = 1186 \text{ Н}$$

Построение эпюр изгибающих моментов

$$M_{dy} = R_{ay} \cdot b = 1186 \cdot 0,07 = 83 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Построение эпюр эквивалентных моментов

$$M_{\text{ЭКВ C}} = \sqrt{T_{\text{ЭКВ C}}^2} = 91 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$M_{\text{ЭКВ A}} = \sqrt{T_{\text{ЭКВ A}}^2 + M_{ax}^2} = \sqrt{91^2 + 90^2} = 127,98 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$M_{\text{ЭКВ D}} = \sqrt{T_{\text{ЭКВ D}}^2 + M_{dx}^2 + M_{dy}^2} = \sqrt{91^2 + 19^2 + 83^2} = 125 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$M_{\text{ЭКВ B}} = \sqrt{T_{\text{ЭКВ B}}^2 + M_{bx}^2} = \sqrt{91^2 + 10^2} = 92 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Вал предполагается изготовить из стали 45 с термообработкой "улучшение" $\sigma_b = 880$ МПа. Допускаемое напряжение изгиба при симметричном цикле изменения напряжений:

$$[\sigma_{\text{И}}] = \frac{\sigma_B}{11} = \frac{880}{11} = 80 \text{ МПа}$$

$$d_D = \sqrt[3]{\frac{M_{\text{ЭКВ A}}}{[\sigma_{\text{И}}] \cdot 0,1}} = \sqrt[3]{\frac{127980}{80 \cdot 0,1}} = 25,19 \text{ мм}$$

$$d_B = \sqrt[3]{\frac{M_{\text{ЭКВ C}}}{[\sigma_{\text{И}}] \cdot 0,1}} = \sqrt[3]{\frac{91000}{80 \cdot 0,1}} = 22,48 \text{ мм}$$

Окончательно принимаем, учитывая ориентировочные расчеты валов на кручение, (раздел 4):

$$d_c = 22 \text{ мм}$$

$$d_A = d_D = d_{\text{под}} = 25 \text{ мм}$$

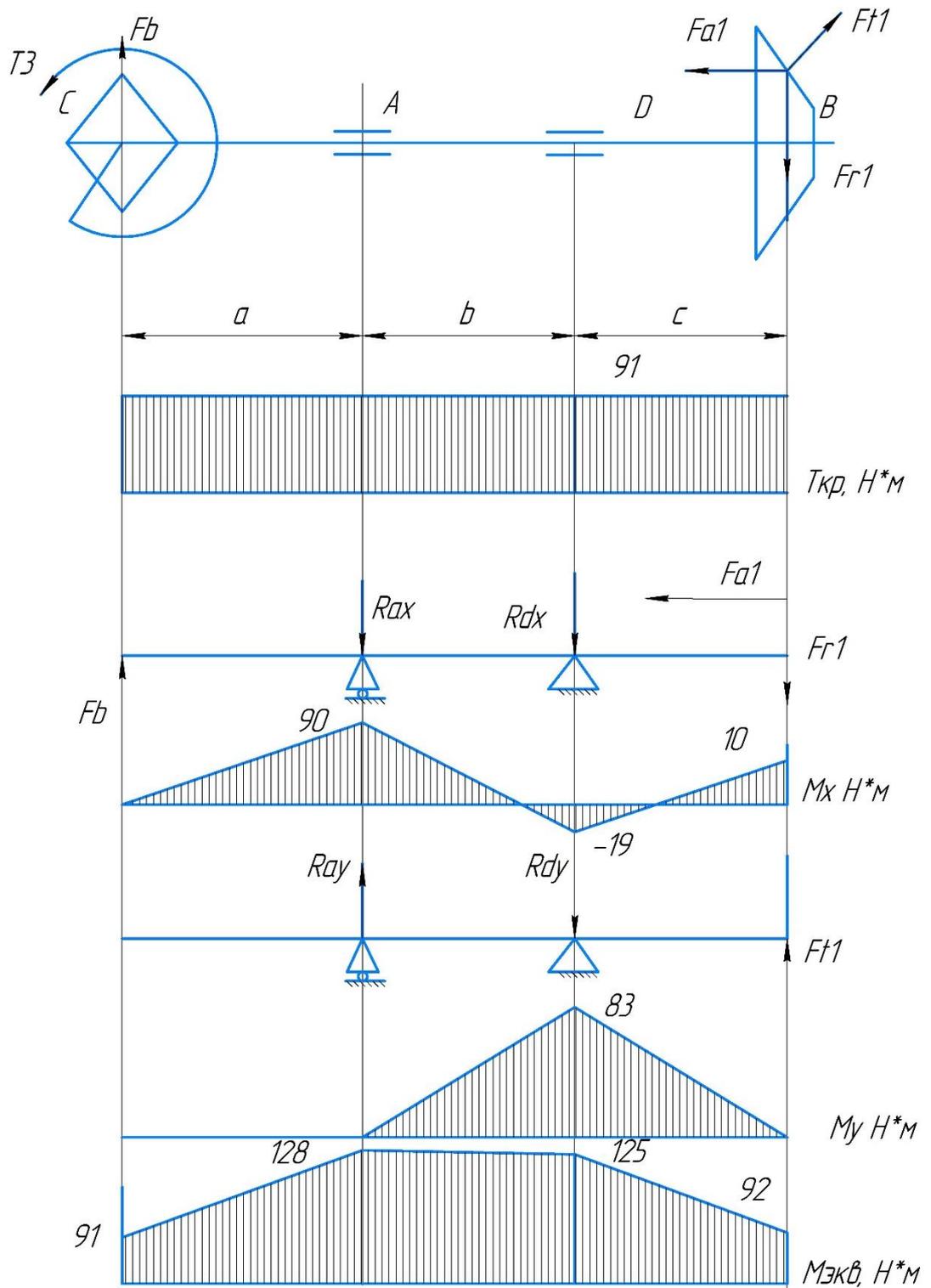


Рисунок 5.3.1 - Схема и эпюры моментов для быстроходного вала

6 УТОЧНЕННЫЙ РАСЧЕТ ВАЛОВ

На практике установлено, что валы выходят из строя из-за усталостного разрушения. Статическое разрушение, происходящее под действием случайных кратковременных перегрузок, наблюдается значительно реже. Поэтому для валов расчёт на выносливость (сопротивление усталости) является основным и заключается в определении расчётных коэффициентов запаса усталостной прочности в потенциально опасных сечениях, предварительно намеченных в соответствии с эпюрами моментов.

Уточненный расчет валов заключается в определении коэффициентов запасов прочности в опасных сечениях в соответствии с эпюрами моментов с учетом концентраторов напряжений (посадки, шпоночные пазы, радиусы галтелей и др.).

Размеры вала, полученные при проектном расчете, могут быть изменены в результате проведенного уточненного расчета.

Размеры вала считаются выбранными оптимально, если действительные коэффициенты запаса прочности по сечениям соответствуют рекомендуемым пределам $[n]=1.5\dots3.0$. Увеличение запаса прочности против рекомендуемого может быть связано либо с требованиями жесткости вала, либо с необходимостью увеличения диаметра вала под подшипники и соответствующую корректировку на остальных участках для обеспечения собираемости деталей на валу.

При расчете на выносливость полагают, что постоянные по величине и направлению силы передач вызывают во вращающихся валах переменные напряжения изгиба, изменяющиеся по симметричному циклу.

Напряжения кручения изменяются пропорционально изменению нагрузки.

В условиях эксплуатации машины трудно установить действительный цикл нагрузки. Считают, что если валы передают переменные по величине, но постоянные по направлению вращающие моменты, то напряжения кручения изменяются по отнулевому циклу (в том числе при частых остановках привода). Если валы передают постоянные по величине и направлению вращающие моменты (привод длительное время работает без остановок), то напряжения кручения не изменяются во времени ($\tau_{кр} = \text{const}$). В курсовых проектах (работах) рекомендуется принимать отнулевой характер изменения напряжений кручения.

Проверку на усталостную прочность производят по величине коэффициента запаса прочности:

$$n = \frac{n_{\sigma} \cdot n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 \cdot n_{\tau}^2}} \geq [n],$$

где n_{σ}, n_{τ} - коэффициенты запаса прочности по нормальным и касательным напряжениям соответственно.

При симметричном цикле нагружения:

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma - 1}{\sigma_{\text{изг}} \cdot \frac{K_{\sigma}}{\varepsilon_{\sigma} \cdot \beta}}$$

Коэффициент запаса прочности по касательным напряжениям, если привод работает без остановок длительное время, определяют по формуле:

$$n_{\tau} = \frac{\tau_{\text{T}}}{\tau_{\text{кр}}}$$

Где τ_{T} – предел текучести материала, МПа.

Если привод работает с частыми остановками (отнулевой цикл), то:

$$n_{\tau} = \frac{2 \cdot \tau_{-1}}{\tau_{\text{кр}} \cdot \left(\frac{K_{\tau}}{\varepsilon_{\tau} \cdot \beta} + \psi_{\tau} \right)}$$

τ_{-1}, σ_{-1} - пределы выносливости стандартных образцов соответственно при изгибе и кручении, МПа. (таб. 2.1);

$\sigma_{\text{изг}}, \tau_{\text{кр}}$ - напряжения изгиба и кручения в опасных сечениях вала, МПа;

K_{σ}, K_{τ} - эффективные коэффициенты концентрации напряжений при изгибе и кручении (табл 6.1);

$\varepsilon_{\tau}, \varepsilon_{\sigma}$ - коэффициенты влияния абсолютных размеров поперечного сечения вала (табл 5.3);

β - коэффициент упрочнения;

ψ_{τ} - коэффициент чувствительности материала к асимметрии цикла (таб. 2,1).

Напряжения в опасных сечениях определяют по формулам:

$$\sigma_{\text{изг}} = \frac{M_{\Sigma}}{W_{\text{нетто}}}$$

$$\tau_{\text{кр}} = \frac{T}{W_{\text{рнетто}}}$$

где $M_{\Sigma} = \sqrt{(M^B)^2 + (M^T)^2}$ - результирующий изгибающий момент Н·мм;

T - крутящий момент Н·мм;

$W_{\text{нетто}}, W_{\text{рнетто}}$ - осевой и полярный моменты сопротивления сечений вала с учетом шпоночной канавки.

$$W_{\text{нетто}} = 0,1 \cdot d^3 - \frac{b \cdot t \cdot (d-t)^2}{2 \cdot d} \text{ мм}^3,$$

$$W_{\text{рнетто}} = 0,2 \cdot d^3 - \frac{b \cdot t \cdot (d-t)^2}{2 \cdot d} \text{ мм}^3,$$

где d - диаметр вала в опасном сечении, мм;

b и t - размеры шпоночной канавки.

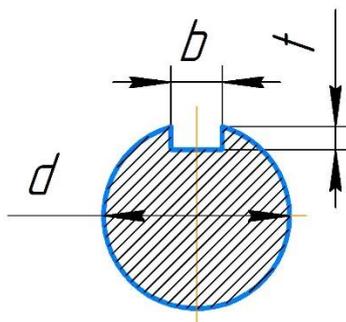


Рисунок 6.1

Так как запас прочности больше трех, то полученный диаметр вала можно округлить до ближайшего наименьшего значения из ряда нормальных линейных размеров (см. стр. 9).

Таблица 6.1 - Эффективные коэффициенты концентрации напряжений для валов в месте шпоночной канавки при изгибе и кручении.

σ_B , МПа	K_σ	K_τ
500	1,6	1,4
600	1,76	1,54
700	1,9	1,7
800	2,01	1,88
900	2,15	2,05
1000	2,26	2,22

Таблица 6.2 - Значение коэффициентов концентрации напряжений K_σ и K_τ для прессовой посадки.

	Прессовая посадка при $P \geq 20$ МПа	
σ_B , МПа	K_σ	K_τ
≤ 700	2,4	1,8
> 700	3,6	2,5

Таблица 6.3 - Значение коэффициентов влияния абсолютных размеров $\varepsilon_\tau, \varepsilon_\sigma$

Диаметр вала, мм	Углеродистая сталь		Легированная сталь
	ε_σ	ε_τ	$\varepsilon_\tau = \varepsilon_\sigma$
15	0,95	0,87	0,87
20	0,92	0,83	0,83
30	0,88	0,77	0,77
40	0,85	0,73	0,73
50	0,81	0,70	0,70
70	0,76	0,67	0,67
100	0,70	0,62	0,62