

Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Уфимский государственный авиационный технический университет

Кафедра авиационных двигателей

РАСЧЕТ КРИТИЧЕСКИХ СКОРОСТЕЙ ВРАЩЕНИЯ РОТОРОВ ГТД

Методические указания
к курсовому и дипломному проектированию

Составители: В.Ф. Харитонов, А.В. Вишев, С.С. Ефремов

УДК 621.452(07)
ББК 39.55(я7)

Расчет критических скоростей вращения роторов ГТД: Методические указания к курсовому и дипломному проектированию / Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т; Сост.: В.Ф. Харитонов, А.В. Вишев, С.С. Ефремов. – Уфа, 2006. – 17с.

Методические указания содержат теоретические сведения, методику, практические рекомендации и пример расчета критических скоростей вращения роторов газотурбинных двигателей.

Предназначены для студентов направления подготовки дипломированных специалистов 160300 – «Двигатели летательных аппаратов» специальности 160301 – «Авиационные двигатели и энергетические установки» и студентов направления подготовки бакалавров техники и технологии 160100 – «Авиационное ракетостроение».

Табл. 4. Ил. 6. Библиогр.: 5 назв.

Рецензенты: зав. каф. ОКМиМ, д-р техн. наук, проф. Итбаев В.К.;
зав. каф. теоретической механики,
канд. техн. наук, доц. Горбаненко В.М.

Содержание

Введение.....	4
1. Теоретические сведения.....	4
2. Рекомендации по составлению расчетной схемы ротора и подготовке исходных данных	11
3. Методика расчета.....	12
4. Определение полярного и диаметрального моментов инерции диска.....	12
5. Расчет критических угловых скоростей роторов в программном комплексе “Вулкан V1.0”.....	13
6. Пример расчета критических угловых скоростей ротора турбины.....	14
Список литературы.....	17

ВВЕДЕНИЕ

При вращении роторов возникают прогибы под действием центробежной силы, вызываемой неуравновешенностью ротора. При определенных скоростях вращения прогиб ротора начинает существенно возрастать, ротор теряет устойчивость. Такие угловые скорости называются критическими. Для режима вращения со скоростью, близкой к критической, характерно появление в элементах ротора (особенно, в валах) значительных по величине и переменных по знаку напряжений. Это может привести к быстрому разрушению ротора. В связи с этим, расчетное и экспериментальное определение критических скоростей вращения является ответственным этапом в процессе разработки газотурбинных двигателей.

Настоящие методические указания посвящены расчёту критических скоростей вращения роторов ГТД методом начальных параметров.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Для проведения расчётов ротор необходимо на основе конструктивной схемы ротора сформировать расчетную схему и разбить её на участки. На рис. 1. изображена расчётная схема ротора.

При изгибных колебаниях положение любого поперечного сечения вала и действующие в этом сечении внутренние силовые факторы характеризуются четырьмя параметрами: прогибом y , углом поворота сечения θ , изгибающим моментом M и перерезывающей силой Q .

Для каждого участка вала необходимо найти соотношения между параметрами начала участка и параметрами конца участка.

В дальнейшем при изложении материала воспользуемся данными работ [1, 2, 3].

Весь ротор по длине разбиваем на **участки** (см. рис. 1), которые пронумеровываем слева направо от 1 до N . Количество расчетных **сечений** будет на единицу больше, т.е. $N+1$. Распределённые массы ротора заменяем сосредоточенными. В этом случае для i -го сечения масса определится, как сумма масс половины $(i-1)$ -го участка вала и половины i -го участка вала плюс масса какого-либо элемента ротора, расположенного в этом сечении (например, диска).

Границы участков необходимо проводить в тех сечениях ротора, где расположены сосредоточенные массы, опоры или имеет место резкое изменение сечение вала.

Для каждого участка ротора составляем набор исходных данных, в состав которых входят длина участка l_i , внешние диаметры на входе D_{i1} и выходе D_{i2} участка, соответствующие внутренние диаметры d_{i1} и d_{i2} . В набор данных для каждого сечения входят сосредоточенная масса m_i , диаметральный момент инерции J_{Di} , полярный момент инерции J_{pi} .

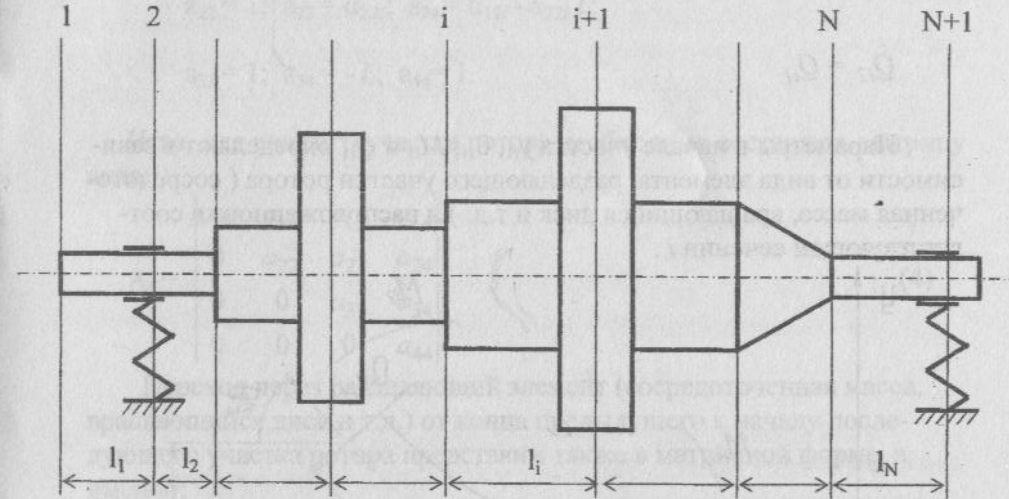


Рис. 1. Расчетная схема ротора

Податливость цилиндрического участка вала на изгиб оценивается коэффициентами податливости:

$$\alpha_{11i} = \frac{T_i l_i^2}{3(1 - \bar{d}_{li}^4)}, \quad \alpha_{12i} = \frac{T_i l_i}{2(1 - \bar{d}_{li}^4)}, \quad \alpha_{22i} = \frac{T_i}{1 - \bar{d}_{li}^4}, \quad (1)$$

где $T_i = \frac{64I_i}{\pi E D_{li}^4}$; $\bar{d}_{li} = \frac{d_{li}}{D_{li}}$; E - модуль упругости первого рода.

На рис. 2 приведена схема участка ротора длиной l_i с параметрами, определяемыми в результате расчёта в начале и в конце этого участка. В нашем случае в качестве основных взяты следующие

уравнения связи параметров в соответствии со схемой, приведенной на рис.2:

$$\left. \begin{aligned} y_{i2} &= y_{i1} + l_i \theta_{i1} + \alpha_{12i} M_{i1} + (\alpha_{11i} - \alpha_{12i} l_i) Q_{i1}, \\ \theta_{i2} &= \theta_{i1} + \alpha_{22i} M_{i1} + (\alpha_{12i} - \alpha_{22i} l_i) Q_{i1}, \\ M_{i2} &= M_{i1} - l_i Q_{i1}, \\ Q_{i2} &= Q_{i1}. \end{aligned} \right\} (2)$$

Параметры в начале участка y_{i1} , θ_{i1} , M_{i1} и Q_{i1} определяют в зависимости от вида элемента, разделяющего участки ротора (сосредоточенная масса, вращающийся диск и т.д.) и расположенного в соответствующем сечении i .

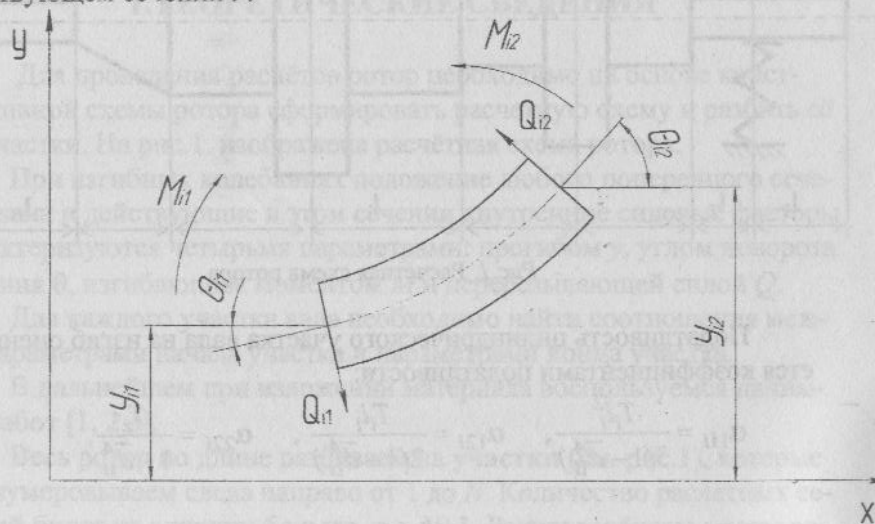


Рис.2. Расчетная схема участка ротора

Уравнения (2) целесообразно представить в матричной форме в виде:

$$\begin{pmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{pmatrix}_{i2} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ 0 & 0 & a_{33} & a_{34} \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{pmatrix}_{i1} \quad (3)$$

где $a_{11} = 1$; $a_{12} = l_i$; $a_{13} = \alpha_{12i}$; $a_{14} = \alpha_{11i} - \alpha_{12i} l_i$;

$a_{22} = 1$; $a_{23} = \alpha_{22i}$; $a_{24} = \alpha_{12i} - \alpha_{22i} l_i$;

$a_{33} = 1$; $a_{34} = -l_i$; $a_{44} = 1$.

Итак, для каждого участка ротора необходимо составлять матрицу вида:

$$A_i = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ 0 & 0 & a_{33} & a_{34} \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} \end{pmatrix} \quad (4)$$

Переход через разделяющий элемент (сосредоточенная масса, вращающийся диск и т.д.) от конца предыдущего к началу последующего участка ротора представим также в матричной форме, а именно:

$$\begin{pmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{pmatrix}_{i1} = \begin{pmatrix} b_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{22} & 0 & 0 \\ 0 & b_{32} & b_{33} & 0 \\ b_{41} & 0 & 0 & b_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y \\ \theta \\ M \\ Q \end{pmatrix}_{i2}$$

В этом уравнении B_i – матрица перехода через разделяющий элемент

$$B_i = \begin{pmatrix} b_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{22} & 0 & 0 \\ 0 & b_{32} & b_{33} & 0 \\ b_{41} & 0 & 0 & b_{44} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

где $b_{11} = 1$; $b_{22} = 1$; $b_{33} = 1$; $b_{44} = 1$;

$b_{32} = (I_{pi} - I_{Di}) \lambda^2$; $b_{41} = c_i - m_i \lambda^2$;

λ - угловая скорость ротора, c_i - жесткость опоры.

Если вращающийся диск не является разделяющим элементом то коэффициент b_{32} равен нулю. Если упругая опора не является разделяющим элементом, то коэффициент b_{41} равен нулю.

В нашем случае применены упругие опоры без заземления, жесткость которых:

$$c_i = \frac{1}{\delta_i}$$

где δ_i - податливость опоры.

Податливость опор в газотурбинных двигателях складывается из податливостей подшипников, корпусов подшипников, диафрагм или стенок (стоек), связывающих корпус подшипника с корпусом двигателя.

В случае установки передней опоры в корпусе, выполненном из алюминиевого сплава, её податливость можно ориентировочно оценить следующим значением [4]:

$$\delta = (100 \dots 150) \cdot 10^{-9} \frac{M}{H}$$

Податливость средней и задней опор:

$$\delta = (50 \dots 100) \cdot 10^{-9} \frac{M}{H}$$

Приведённые цифры величин податливостей опор следует рассматривать как ориентировочные, требующие в каждом конкретном случае уточнения. Значения податливости подшипников качения составляют 5...10 % от величин податливости опоры.

Более точно податливость подшипников качения может быть определена согласно данным работы [4].

При вычислении значения коэффициента b_{41} необходимо в каждом случае обращать внимание на то, чтобы в случае упругой опоры соблюдалось условие:

$$0,1 c_i \leq c_i - m_i \lambda^2$$

которое накладывает ограничение на максимальное значение квадрата угловой скорости:

$$\lambda_{max}^2 = \frac{0,9}{m_i \delta_i} \quad (6)$$

Таким образом, при расчёте роторов газотурбинных двигателей необходимо, чтобы численные значения квадратов частот выбирались из условия:

$$\lambda^2 \leq \lambda_{max}^2$$

В нашем случае задано N участков ротора и $(N+1)$ разделяющих элементов. Для нахождения критических угловых скоростей нужно по значениям параметров y_1, θ_1, M_1, Q_1 в крайнем левом сечении ротора найти значения этих же параметров $y_{N+1}, \theta_{N+1}, M_{N+1}, Q_{N+1}$ в крайнем правом сечении. Для этого необходимо при выбранных значениях λ^2 вычислять произведение матриц согласно формуле:

$$D = A_{N+1} \cdot (C_N \cdot (C_{N-1} \dots (C_i \cdot (\dots (C_3 \cdot (C_2 \cdot C_1)))))) \quad (7)$$

где

$$C_i = A_i \cdot B_i. \quad (8)$$

Заметим, что матрицы A_i и B_i составляют с учётом выражений (4) и (5).

Умножаем матрицу D на столбец начальных параметров (например, для случая жесткой опоры на левом конце):

$$P_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ \theta_0 \\ 0 \\ Q_0 \end{pmatrix}$$

и в итоге получаем столбец конечных параметров в следующем виде:

$$P_{N+1} = \begin{pmatrix} d_{11}\theta_0 + d_{12}Q_0 \\ d_{21}\theta_0 + d_{22}Q_0 \\ d_{31}\theta_0 + d_{32}Q_0 \\ d_{41}\theta_0 + d_{42}Q_0 \end{pmatrix}$$

или:

$$\begin{aligned} y_{N+1} &= d_{11}\theta_0 + d_{12}Q_0; \\ \theta_{N+1} &= d_{21}\theta_0 + d_{22}Q_0; \\ M_{N+1} &= d_{31}\theta_0 + d_{32}Q_0; \\ Q_{N+1} &= d_{41}\theta_0 + d_{42}Q_0, \end{aligned} \quad (9)$$

где d_{ij} - числа, получающиеся в процессе расчета.

Для случая консоли на правом конце за последней сосредоточенной массой или вращающимся диском нет поперечной силы и изгибающего момента; поэтому последние два равенства из системы (9) должны быть равны нулю, т.е.: $M_{N+1} = 0$, $Q_{N+1} = 0$.

Если определитель

$$\Delta = \begin{vmatrix} d_{31} & d_{32} \\ d_{41} & d_{42} \end{vmatrix},$$

составленный из коэффициентов однородных линейных уравнений для M_{N+1} и Q_{N+1} , равен нулю, то получаем условие для определения критических угловых скоростей ротора на упругих опорах.

Если при принятом значении квадрата угловой частоты определитель Δ не равен нулю, то необходимо задаться рядом новых значений квадратов угловых частот λ^2 .

Затем необходимо использовать результаты расчётов для построения кривой зависимости Δ от λ^2 [2]. Точки пересечения кривой с осью абсцисс являются искомыми критическими угловыми скоростями (рис.3).

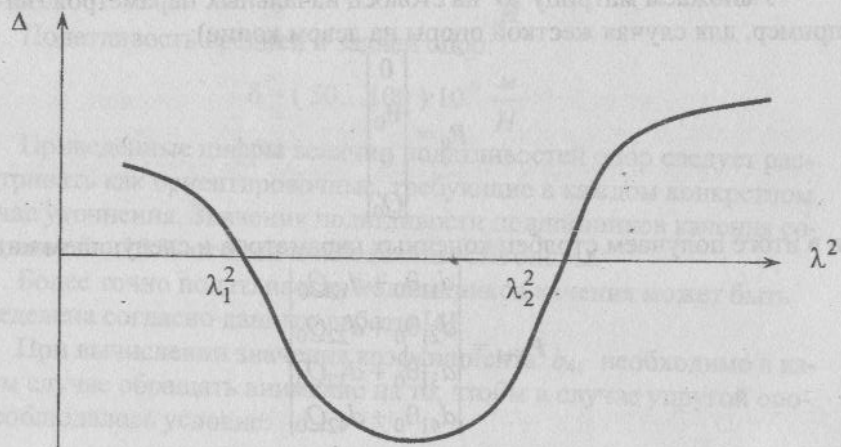


Рис.3. Зависимость значения определителя Δ от квадрата угловой скорости λ^2 : λ_1 и λ_2 – критические угловые скорости, соответственно, первого и второго порядков

2. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО СОСТАВЛЕНИЮ РАСЧЕТНОЙ СХЕМЫ РОТОРА И ПОДГОТОВКЕ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

Разбиваем ротор на N участков. Минимальное число участков должно быть:

$$N_{min} = 4N_{\lambda},$$

где N_{λ} – максимальный номер критической угловой скорости, которую необходимо определить. Например, для определения критических угловых скоростей первого, второго и третьего порядков ($N_{\lambda}=3$), число участков должно быть не менее 12.

Исходные данные рекомендуется занести в две таблицы (табл.1 и табл.2).

Таблица 1
Исходные данные по участкам

Номер участка	1	2	...	$i-1$	i	...	$N-1$	N
l_i , м								
D_{1i} , м								
D_{2i} , м								
d_{1i} , м								
d_{2i} , м								

Таблица 2
Исходные данные по сечениям

Номер сечения	Размерность	1	2	...	$i-1$	i	...	$N-1$	N	$N+1$
m_i	кг									
J_{pi}	кг·м ²									
J_{Di}	кг·м ²									
c_i	МН/м									

Кроме того, для расчета необходимы значения модуля упругости и плотности материала ротора.

3. МЕТОДИКА РАСЧЕТА

1. Для каждого участка ротора, номер которого соответствует номеру сечения, ограничивающего его слева, определяют коэффициенты податливости α_{11i} , α_{12i} и α_{22i} по формулам (1).

2. Определяют максимальное значение λ^2_{max} согласно формуле (6).

3. В диапазоне от 0 до λ^2_{max} выбирают L значений квадратов угловых скоростей λ^2 .

4. Для матриц A для N участков ротора определяют значения коэффициентов a_{ij} , где $i=1, 2, 3, 4$ и $j=1, 2, 3, 4$ с учётом формул (3).

5. Для матриц B , определяющих переход через разделяющий элемент, при каждом заданном значении λ^2 определяют коэффициенты b_{ij} , где $i=1, 2, 3, 4$ и $j=1, 2, 3, 4$ по формулам (5).

6. При каждом заданном значении λ^2 определяют матрицы C_i согласно формуле (8); при этом i изменяется от 1 до N .

7. При каждом заданном значении λ^2 определяют матрицу D согласно формуле (7).

8. Учитывая численные значения коэффициентов, входящих в матрицу D , вычисляют определитель по формуле:

$$\Delta = d_{31} d_{42} - d_{32} d_{41}.$$

9. По результатам расчёта строят график зависимости определителя Δ от квадрата угловой скорости λ^2 и находят точки пересечения кривой с осью абсцисс, в которых $\Delta = 0$. Эти точки соответствуют искомым значениям критической угловой скорости.

4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛЯРНОГО И ДИАМЕТРАЛЬНОГО МОМЕНТОВ ИНЕРЦИИ ДИСКА

Диск рассматривается как тело сложной формы, состоящее из более простых тел – цилиндров и конусов. Момент инерции диска определяется как сумма моментов инерции составляющих его элементов [5].

Полярный момент инерции полого цилиндра относительно оси:

$$J_p = \pi \rho H \frac{(R^4 - r^4)}{2},$$

где R, r – наружный и внутренний радиус цилиндра, H – его высота, ρ – плотность материала диска.

Полярный момент инерции усеченного конуса относительно оси:

$$J_p = \pi \rho H \frac{(R^5 - r^5)}{10(R - r)}$$

R, r – радиусы большего и меньшего основания конуса.

Полярный момент инерции лопаточного венца:

$$J_p = m z r_1^2,$$

где m – масса одной лопатки, z – число лопаток, r_1 – радиус центра массы профильной части лопатки; приближенно можно считать, что этот центр массы лежит на расстоянии $1/3$ высоты пера лопатки, считая от корневого сечения.

Диаметральный момент инерции для достаточно тонких дисков приближенно можно определить, как

$$J_D = \frac{J_p}{2}.$$

Если толщина диска соизмерима с диаметром, то

$$J_D = \sum (J'_D + m_i e^2),$$

где J'_D – диаметральный момент инерции какой-либо части диска массой m_i , e – расстояние от центра массы этой части диска от общего центра массы диска.

5. РАСЧЕТ КРИТИЧЕСКИХ УГЛОВЫХ СКОРОСТЕЙ РОТОРОВ В ПРОГРАММНОМ КОМПЛЕКСЕ “ВУЛКАН V1.0”

Программный комплекс “Вулкан V1.0” разработан в среде программирования Delphi и представляет собой универсальную инструментальную среду для создания расчётных программ (приложений). Одним из таких приложений является “Расчет критической частоты вращения ротора”. Алгоритм расчета, реализованный в этом прило-

жении, основан на рассмотренном выше методе начальных параметров.

Порядок расчета роторов в программном комплексе “Вулкан V1.0” следующий.

1. Подготовить исходные данные в соответствии с п.2.
2. Запустить программу “Вулкан V1.0”: Пуск – Программы – Volcano 1.0. Появляется главное меню программы.
3. Выбрать приложение “Расчет критической частоты вращения ротора”: Главное меню – Выбор приложения - “Расчет критической частоты вращения ротора”.
4. Загрузить окно приложения: Главное меню – Окно приложения.
5. Создать проект для решения задачи расчета ротора: Главное меню – Создать проект.
6. Сохранить проект: Главное меню – Сохранить проект (ввести имя проекта).
7. Ввести исходные данные: Меню приложения “Расчет критической частоты вращения ротора” – Исходные данные. Заполнить таблицы “Исходные данные”, “Исходные данные по участкам” и “Исходные данные по сечениям” (рис.4).
8. Выполнить расчет: Главное меню – Пуск.
9. Просмотреть результаты расчета: Меню приложения “Расчет критической частоты вращения ротора” – Результаты расчета. (рис.5).
10. Создать отчет: Меню приложения “Расчет критической частоты вращения ротора” – Файл – Создать отчет. Ввести имя файла отчета.
11. Выйти из программы: Главное меню – Выход.

6. ПРИМЕР РАСЧЕТА КРИТИЧЕСКИХ УГЛОВЫХ СКОРОСТЕЙ РОТОРА ТУРБИНЫ

Рассчитать критическую угловую скорость ротора турбины. Расчетная схема представлена на рис. 4. Материал ротора сплав ЭП741НП, плотность 8350 кг/м^3 , модуль упругости $1,68 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

Исходные данные по участкам приведены в таблице 3, исходные данные по сечениям приведены в таблице 4. В результате расчета получено значение критической угловой скорости первого порядка 434 1/с.

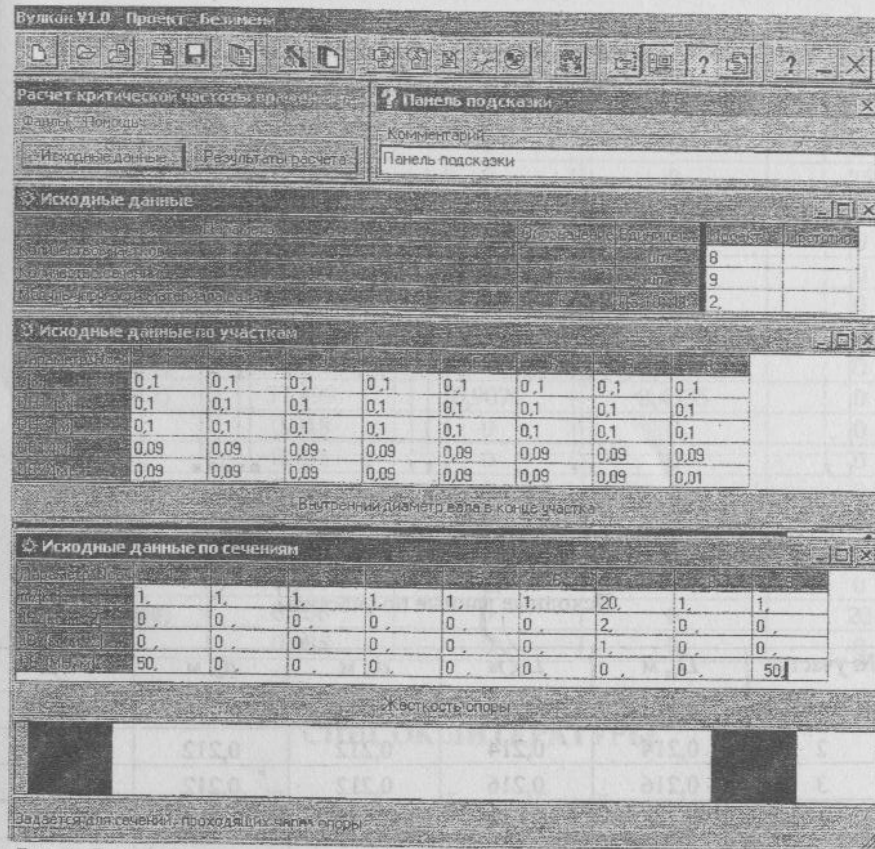


Рис. 4. Вид рабочего окна пакета “Вулкан 1.00”: главное меню, окно приложения “Расчет критической частоты вращения ротора”, окно входных данных



Рис. 5. Вид рабочего окна пакета “Вулкан 1.00”: главное меню, окно приложения “Расчет на прочность диска турбомашины”, окно результатов расчета

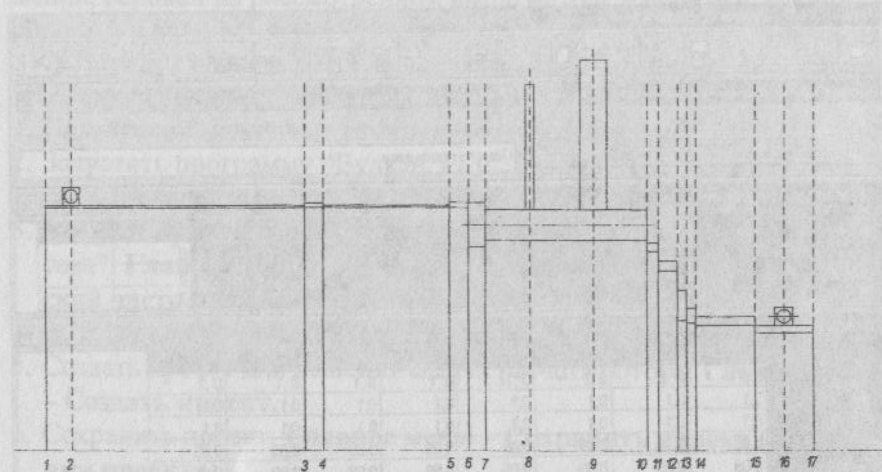


Рис.6. Расчетная схема ротора турбины

Исходные данные по участкам

Таблица 3

№ участка	D_1 , м	D_2 , м	d_1 , м	d_2 , м	l , м
1	0,214	0,214	0,212	0,212	0,012
2	0,214	0,214	0,212	0,212	0,102
3	0,216	0,216	0,212	0,212	0,008
4	0,214	0,214	0,212	0,212	0,055
5	0,216	0,216	0,212	0,212	0,008
6	0,216	0,216	0,176	0,176	0,007
7	0,210	0,210	0,184	0,184	0,019
8	0,210	0,210	0,184	0,184	0,028
9	0,210	0,210	0,184	0,184	0,023
10	0,182	0,182	0,174	0,174	0,005
11	0,163	0,163	0,156	0,156	0,008
12	0,140	0,140	0,114	0,114	0,004
13	0,124	0,124	0,112	0,112	0,004
14	0,116	0,116	0,110	0,110	0,025
15	0,110	0,110	0,104	0,104	0,0127
16	0,110	0,110	0,104	0,104	0,013

Исходные данные по сечениям

Таблица 4

№ сечения	m , кг	J_D , кг·м ²	J_d , кг·м ²	c , МН/м
1	0,033	0	0	0
2 (опора)	0,318	0	0	25
3	0,329	0	0	0
4	0,198	0	0	0
5	0,202	0	0	0
6	0,413	0	0	0
7	1,001	0	0	0
8 (Диск 1)	6,188	0,0751	0,0470	0
9 (Диск 2)	57,499	0,9070	0,4535	0
10	0,818	0	0	0
11	0,131	0	0	0
12	0,171	0	0	0
13	0,123	0	0	0
14	0,148	0	0	0
15	0,164	0	0	0
16 (опора)	0,108	0	0	20
17	0,085	0	0	0

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хронин Д.В. Теория и расчёт колебаний в двигателях летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1980. – 296 с.
2. Конструкция и проектирование авиационных газотурбинных двигателей / Учебник под ред. Д.В.Хронины. - М.: Машиностроение, 1989. - 568 с.
3. Расчет валов на колебания с использованием ЭВМ: Методические указания к курсовому и дипломному проектированию /Сост.: Иванов Г.А., Юлдыбаев Л.Х.; Уфимск. авиац. ин-т. – Уфа: УАИ, 1989. – 36 с.
4. Подшипники качения: Справочник. / Бейзельман Р.Д., Цыпкин Б.В., Перель Л.Я. – М.: Машиностроение, 1975. – 574 с.
5. Локай В.И. и др. Газовые турбины двигателей летательных аппаратов /Локай В.И., МаксUTOва М.К., Стрункин В.А.- М.: Машиностроение, 1991. - 512 с.