

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования  
«УФИМСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ НАУКИ И ТЕХНОЛОГИЙ»

Кафедра АД

**Расчетно-графическая работа**  
по дисциплине «Основы проектирования изделий из композиционных  
материалов»  
на тему:

**«Проектирование 5-слойного композита»**

Вариант 11.1.4

Выполнил:  
студент гр. ПАД-516  
Хайретдинов И.И.

Проверил: Соловьев П.В.

Уфа  
2024

## Оглавление

|  |   |
|--|---|
| Исходные данные .....  | 3 |
| 1 Определение упругих и прочностных характеристик однонаправленного слоя ...         | 5 |
| 1.1 Модуль упругости в направлении армирования .....                                 | 5 |
| 1.2 Поперечный модуль упругости .....  | 5 |
| 1.3 Модуль сдвига .....  | 5 |
| 1.4 Коэффициент Пуассона .....   | 5 |
| 2 Определение упругих характеристик многослойного композита .....                    | 7 |
| 2.1 Вычисление относительных толщин слоев .....                                      | 7 |
| 2.2 Вычисление коэффициентов обобщенного закона Гука для пятислойного элемента ..... | 7 |
| 2.3 Определение упругих характеристик пятислойного композита .....                   | 8 |
| 2.4 Находим коэффициенты Пуассона .....  | 8 |
| Вывод .....  | 9 |

|                 |             |                         |              |             |  |             |               |
|-----------------|-------------|-------------------------|--------------|-------------|--|-------------|---------------|
|                 |             |                         |              |             |  |             |               |
|                 |             |                         |              |             |  |             |               |
| <i>Изм.</i>     | <i>Лист</i> | <i>№ докум.</i>         | <i>Подп.</i> | <i>Дата</i> |  |             |               |
| <i>Разраб.</i>  |             | <i>Хайретдинов И.И.</i> |              |             | <i>Расчетно-графическая<br/>работа</i> |             |               |
| <i>Пров.</i>    |             | <i>Соловьев П.В.</i>    |              |             |  |             |               |
| <i>Рецен.</i>   |             | <i>ФИО</i>              |              |             |  |             |               |
| <i>Н.контр.</i> |             | <i>ФИО</i>              |              |             |  |             |               |
| <i>Утв..</i>    |             | <i>ФИО</i>              |              |             |  |             |               |
|                 |             |                         |              |             | <i>Лит.</i>                            | <i>Лист</i> | <i>Листов</i> |
|                 |             |                         |              |             |  | 2           | 10            |
|                 |             |                         |              |             | <i>УЧУИТ ПАД-516</i>                   |             |               |

## Исходные данные

| № слоя | Толщина (мм) и угол укладки (рад) по отношению к оси X |      |
|--------|--|------|
| 1      | $h_1$  | 0,9  |
|        | $\varphi_1/\pi$  | 4/9  |
| 2      | $h_2$  | 0,9  |
|        | $\varphi_2/\pi$  | -4/9 |
| 3      | $h_3$  | 0,9  |
|        | $\varphi_3/\pi$  | 0    |
| 4      | $h_4$  | 0,9  |
|        | $\varphi_4/\pi$  | -4/9 |
| 5      | $h_5$  | 0,9  |
|        | $\varphi_5/\pi$  | 4/9  |

| <i>Упр. и прочн. хар-ки армирующей компоненты</i> | <i>Стеклонитъ</i> | <i>Упр. и прочн. хар-ки матрицы</i> | <i>Фенолформальдегидное связующее</i> |
|---|-------------------|-------------------------------------|---------------------------------------|
| $E_{e1}, \text{ ГПа}$                             | 70                | $E_m, \text{ ГПа}$                  | 3,5                                   |
| $E_{e2}, \text{ ГПа}$                             | 70                | $G_m, \text{ ГПа}$                  | 1,2                                   |
| $G_{e12}, \text{ ГПа}$                            | 24                | $\nu_m$                             | 0,35                                  |
| $\nu_{12}$  | 0,22              | $\bar{\sigma}_m, \text{ МПа}$       | 63                                    |
| $\bar{\sigma}_{e1}^+, \text{ МПа}$                | 700               | Пред. удл. $\varepsilon_m, \%$      | 2                                     |
| Пред. удл. $\varepsilon_e, \%$                    | 3                 | $\Psi_m$                            | 0,6                                   |
| $\Psi_e$  | 0,4               |                                     |                                       |
| $\zeta_E$   | 2                 |                                     |                                       |
| $\zeta_G$   | 1                 |                                     |                                       |

Данный материал будет применяться в элементах обтекателя самолета. Обтекатель не предназначен для восприятия нагрузок, поэтому коэффициент армирования, можно снизить (относительно верхней границы), что обеспечит 100% пропитку материала, обеспечивая при этом достаточную прочность и жесткость. Выбран коэффициент армирования равный 0,4.

|      |          |       |      |  |   |
|------|----------|-------|------|--|---|
|      |          |       |      |  |   |
| Изм. | № докум. | Подп. | Дата |  | 3 |

Задание:

Спроектировать многослойный композиционный материал и определить его упругие характеристики в направлении осей выбранной системы координат.

|      |  |          |       |      |  |   |
|------|--|----------|-------|------|--|---|
|      |  |          |       |      |  |   |
|      |  |          |       |      |  |   |
| Изм. |  | № докум. | Подп. | Дата |  | 4 |

# 1 Определение упругих и прочностных характеристик однонаправленного слоя

## 1.1 Модуль упругости в направлении армирования

$$E_1 = E_B \psi + E_M(1 - \psi) = 70 * 0,4 + 3,5 * 0,6 = 30,1 \text{ (ГПа)};$$

## 1.2 Поперечный модуль упругости

$$\frac{1}{E_2} = \frac{\psi}{E_B} + \frac{1 - \psi}{E_M} = \frac{0,4}{70} + \frac{0,6}{3,5}; E_2 = 5,64 \text{ (ГПа)};$$

По более точной формуле (значение берется для дальнейшего расчета):

$$E_2 = E_M \left[ \frac{(1 + \zeta_E \psi_B) E_{B2} + \zeta_E (1 - \psi_B) E_M}{(1 - \psi_B) E_{B2} + (\zeta_E + \psi_B) E_M} \right] =$$
$$= 3,5 \left[ \frac{(1 + 2 * 0,4) * 70 + 2 * (1 - 0,4) * 3,5}{(1 - 0,4) * 70 + (2 + 0,4) * 3,5} \right] = 9,04 \text{ (ГПа)};$$

Погрешность  $\delta_{E2} = \left| \frac{5,64 - 9,04}{9,04} \right| \cdot 100\% = 37,56\%$ ;

## 1.3 Модуль сдвига

$$\frac{1}{G_{12}} = \frac{\psi}{G_B} + \frac{1 - \psi}{G_M} = \frac{0,4}{24} + \frac{0,6}{1,2}; G_{12} = 1,93 \text{ (ГПа)};$$

По более точной формуле (значение берется для дальнейшего расчета):

$$G_{12} = G_M \left[ \frac{(1 + \zeta_G \psi_B) G_{B12} + \zeta_G (1 - \psi_B) G_M}{(1 - \psi_B) G_{B12} + (\zeta_G + \psi_B) G_M} \right] =$$
$$= 1,2 \left[ \frac{(1 + 0,4) * 24 + 0,6 * 1,2}{0,6 * 24 + (1 + 0,4) * 1,2} \right] = 2,56 \text{ (ГПа)};$$

Погрешность  $\delta_{G2} = \left| \frac{1,93 - 2,56}{2,56} \right| \cdot 100\% = 24,43\%$ ;

## 1.4 Коэффициент Пуассона

$$\nu_{12} = \nu_B \psi + \nu_M (1 - \psi) = 0,22 * 0,4 + 0,35 * 0,6 = 0,298;$$

$$\nu_{21} = \frac{\nu_{12} E_2}{E_1} = \frac{0,298 * 9,04}{30,1} = 0,089;$$

|      |          |       |      |  |   |
|------|----------|-------|------|--|---|
|      |          |       |      |  |   |
| Изм. | № докум. | Подп. | Дата |  | 5 |

### 1.5 Предел прочности в направлении армирования

$$\overline{\sigma}_1^+ = \overline{\sigma}_B^+ \left( \psi + \frac{E_M}{E_B} (1 - \psi) \right) = 2500 * \left( 0,4 + \frac{70}{3,5} * 0,6 \right) = 1075 \text{ (ГПа)};$$

|      |  |          |       |      |  |   |
|------|--|----------|-------|------|--|---|
|      |  |          |       |      |  |   |
|      |  |          |       |      |  |   |
| Изм. |  | № докум. | Подп. | Дата |  | 6 |

## 2 Определение упругих характеристик многослойного композита

### 2.1 Вычисление относительных толщин слоев

$$\bar{h}_1 = \frac{h_1}{h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5};$$

$$\bar{h}_2 = \frac{h_2}{h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5};$$

$$\bar{h}_3 = \frac{h_3}{h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5};$$

$$\bar{h}_4 = \frac{h_4}{h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5};$$

$$\bar{h}_5 = \frac{h_5}{h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5};$$

Т.к все слои одинаковой толщины, то:

$$\bar{h}_1 = \bar{h}_2 = \bar{h}_3 = \bar{h}_4 = \bar{h}_5 = 0,2;$$

### 2.2 Вычисление коэффициентов обобщенного закона Гука для пятислойного элемента

Показан расчет для первого слоя:

$$B_{11} = \sum_{i=1}^5 \bar{h}_i \left[ \frac{E_1^i}{1 - \nu_{12}^i \nu_{21}^i} \cos^4 \varphi_i + 2 \frac{E_1^i \nu_{21}^i}{1 - \nu_{12}^i \nu_{21}^i} \sin^2 \varphi_i \cos^2 \varphi_i + \frac{E_2^i}{1 - \nu_{12}^i \nu_{21}^i} \sin^4 \varphi_i + G_{12}^i \sin^2 2\varphi_i \right];$$

$$0,2 \left[ \frac{30,1}{1 - 0,298 * 0,089} \cos^4 1,3963 + 2 \frac{30,1 * 0,089}{1 - 0,298 * 0,089} \sin^2 1,3963 * \cos^2 1,3963 + \frac{9,04}{1 - 0,298 * 0,089} \sin^4 1,3963 + 2,56 * \sin^2(2 * 1,3963) \right] = 1,845 \text{ (ГПа)};$$

$$B_{12} = \sum_{i=1}^5 \bar{h}_i \left[ \frac{E_1^i + E_2^i}{1 - \nu_{12}^i \nu_{21}^i} \sin^2 \varphi_i \cos^2 \varphi_i + \frac{E_1^i \nu_{21}^i}{1 - \nu_{12}^i \nu_{21}^i} (\sin^4 \varphi_i + \cos^4 \varphi_i) - G_{12}^i \sin^2 2\varphi_i \right];$$

$$0,2 \left[ \frac{30,1 + 9,04}{1 - 0,298 * 0,089} \sin^2 1,3963 * \cos^2 1,3963 + \frac{30,1 * 0,089}{1 - 0,298 * 0,089} (\sin^4 1,3963 + \cos^4 1,3963) - 2,56 \sin^2(2 * 1,3963) \right] = 0,6965 \text{ (ГПа)};$$

$$B_{22} = \sum_{i=1}^5 \bar{h}_i \left[ \frac{E_1^i}{1 - \nu_{12}^i \nu_{21}^i} \sin^4 \varphi_i + 2 \frac{E_1^i \nu_{21}^i}{1 - \nu_{12}^i \nu_{21}^i} \sin^2 \varphi_i \cos^2 \varphi_i + \frac{E_2^i}{1 - \nu_{12}^i \nu_{21}^i} \cos^4 \varphi_i + G_{12}^i \sin^2 2\varphi_i \right];$$

|      |          |       |      |  |   |
|------|----------|-------|------|--|---|
|      |          |       |      |  |   |
| Изм. | № докум. | Подп. | Дата |  | 7 |

$$0,2 \left[ \frac{30,1}{1 - 0,298 * 0,089} \sin^4 1,3963 + 2 \frac{30,1 * 0,089}{1 - 0,298 * 0,089} \sin^2 1,3963 * \cos^2 1,3963 + \frac{9,04}{1 - 0,298 * 0,089} \cos^4 1,3963 + 2,56 * \sin^2(2 * 1,3963) \right] = 5,911 \text{ (ГПа);}$$

$$B_{33} = \sum_{i=1}^5 \bar{h}_i \left[ \frac{E_1^i + E_2^i - 2E_1^i v_{21}^i}{1 - v_{12}^i v_{21}^i} \sin^2 \varphi_i \cos^2 \varphi_i + G_{12}^i \cos^2 2\varphi_i \right];$$

$$0,2 \left[ \frac{30,1 + 9,04 - 2 * 30,1 * 0,089}{1 - 0,298 * 0,089} \sin^2 1,3963 * \cos^2 1,3963 + 2,56 * \cos^2(2 * 1,3963) \right] =$$

$$= 0,6551 \text{ (ГПа);}$$

Получаем:

$$B_{11} = 13,56 \text{ (ГПа);}$$

$$B_{12} = 3,339 \text{ (ГПа);}$$

$$B_{22} = 25,5 \text{ (ГПа);}$$

$$B_{33} = 3,13 \text{ (ГПа);}$$

### 2.3 Определение упругих характеристик пятислойного композита

$$E_x = B_{11} - \frac{B_{12}^2}{B_{22}} = 13,56 - \frac{3,339^2}{25,5} = 13,13 \text{ (ГПа);}$$

$$E_y = B_{22} - \frac{B_{12}^2}{B_{11}} = 25,5 - \frac{3,339^2}{13,56} = 24,68 \text{ (ГПа);}$$

$$G_{xy} = B_{33} = 3,13 \text{ (ГПа);}$$

### 2.4 Находим коэффициенты Пуассона

$$\nu_{xy} = \frac{B_{12}}{B_{22}} = \frac{3,339}{25,5} = 0,131;$$

$$\nu_{yx} = \frac{B_{12}}{B_{11}} = \frac{3,339}{13,56} = 0,24;$$

|      |          |       |      |  |   |
|------|----------|-------|------|--|---|
|      |          |       |      |  |   |
| Изм. | № докум. | Подп. | Дата |  | 8 |



## Вывод

Спроектированный композит имеет следующие упругие характеристики:

$$E_x = 13,13 \text{ (ГПа);}$$

$$E_y = 24,68 \text{ (ГПа);}$$

$$G_{xy} = 3,13 \text{ (ГПа);}$$

Коэффициенты Пуассона:

$$\nu_{xy} = 0,131;$$

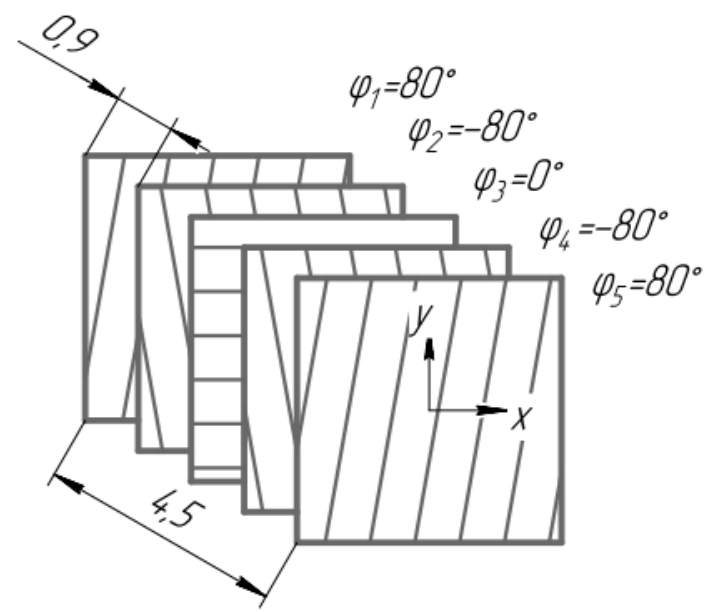
$$\nu_{yx} = 0,24;$$

|      |  |          |       |      |  |   |
|------|--|----------|-------|------|--|---|
|      |  |          |       |      |  |   |
| Изм. |  | № докум. | Подп. | Дата |  | 9 |

Инв. № подл. | Подл. и дата | Инв. № докл. | Подл. и дата | Взам. инв. № | Инв. № докл. | Подл. и дата

| №<br>Слоя | Свойства слоя |            |                         |                         |                          |                 |                 |
|-----------|---------------|------------|-------------------------|-------------------------|--------------------------|-----------------|-----------------|
|           | h,<br>мм      | φ,<br>град | E <sub>1</sub> ,<br>ГПа | E <sub>2</sub> ,<br>ГПа | G <sub>12</sub> ,<br>ГПа | ν <sub>12</sub> | ν <sub>21</sub> |
| 1         | 0,9           | 80         | 30,1                    | 9,04                    | 2,56                     | 0,298           | 0,089           |
| 2         | 0,9           | -80        |                         |                         |                          |                 |                 |
| 3         | 0,9           | 0          |                         |                         |                          |                 |                 |
| 4         | 0,9           | -80        |                         |                         |                          |                 |                 |
| 5         | 0,9           | 80         |                         |                         |                          |                 |                 |

| Свойства слоистого КМ |       |
|-----------------------|-------|
| n слоев               | 5     |
| E <sub>x</sub> , ГПа  | 13,13 |
| E <sub>y</sub> , ГПа  | 24,68 |
| G <sub>xy</sub> , ГПа | 3,13  |
| ν <sub>xy</sub>       | 0,13  |
| ν <sub>yx</sub>       | 0,24  |



|           |                  |       |      |
|-----------|------------------|-------|------|
| Изм./Лист | № докум.         | Подп. | Дата |
| Разраб.   | Хайретдинов И.И. |       |      |
| Проб.     | Соловьев П.В.    |       |      |
| Т.контр.  |                  |       |      |
| Н.контр.  |                  |       |      |
| Утв.      |                  |       |      |

Проектирование  
5-слоистого  
композита

|      |        |         |
|------|--------|---------|
| Лит. | Масса  | Масштаб |
|      |        | 1:1     |
| Лист | Листов | 1       |

УЧУИТ ПАД-516