

The background features a large, faint gear on the left side and a cluster of smaller gears of various sizes and designs in the upper right quadrant. A hand is visible in the background, appearing to hold or interact with the gears.

# **ПРОЕКТИРОВАНИЕ 5-ТИСЛОЙНОГО КОМПОЗИТА И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЕГО УПРУГИХ ХАРАКТЕРИСТИК**

## **РАЗДЕЛ 1 – ЦЕЛЬ РАБОТЫ И ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ**

# 1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Целью настоящей работы является приобретение студентами практических навыков по проектированию и определению упругих характеристик многослойных композиционных материалов.

**ЗАДАНИЕ:** Спроектировать многослойный композиционный материал и определить его упругие характеристики в направлении осей выбранной системы координат.

**ЗАДАНЫ:** Тип армирующего материала, упругие и прочностные характеристики нитей, коэффициент армирования, тип матрицы и ее упругие характеристики, количество однонаправленных слоев, их толщины и углы укладки.

## **НЕОБХОДИМО:**

- определить упругие и прочностные характеристики однонаправленного слоя;
- спроектировать многослойный компонент в соответствии с заданными углами укладки слоев и теорией армирования;
- определить коэффициенты обобщенного закона Гука для слоистого композита;
- определить упругие характеристики многослойного композита в направлении выбранных координатных осей;

# МЕТОДИКА ВЫПОЛНЕНИЯ ТИПОВОГО ЗАДАНИЯ

Спроектировать пятислойный композит и определить его упругие характеристики.

ЗАДАНО:

1. Толщины слоев  $h_1, h_2, h_3, h_4, h_5$ .
2. Углы укладки слоев  $\varphi_1/\pi, \varphi_2/\pi, \varphi_3/\pi, \varphi_4/\pi, \varphi_5/\pi$ .
3. Тип армирующей нити и ее механические характеристики (например, стеклонить):

$E_g$  - модуль упругости армирующей нити,

$G_g$  - модуль сдвига,

$\nu_g$  - коэффициент Пуассона,

$\bar{\varepsilon}_g^+$  - предельное относительное удлинение нити при растяжении,

$\bar{\sigma}_g^+$  - предел прочности нити на растяжение,

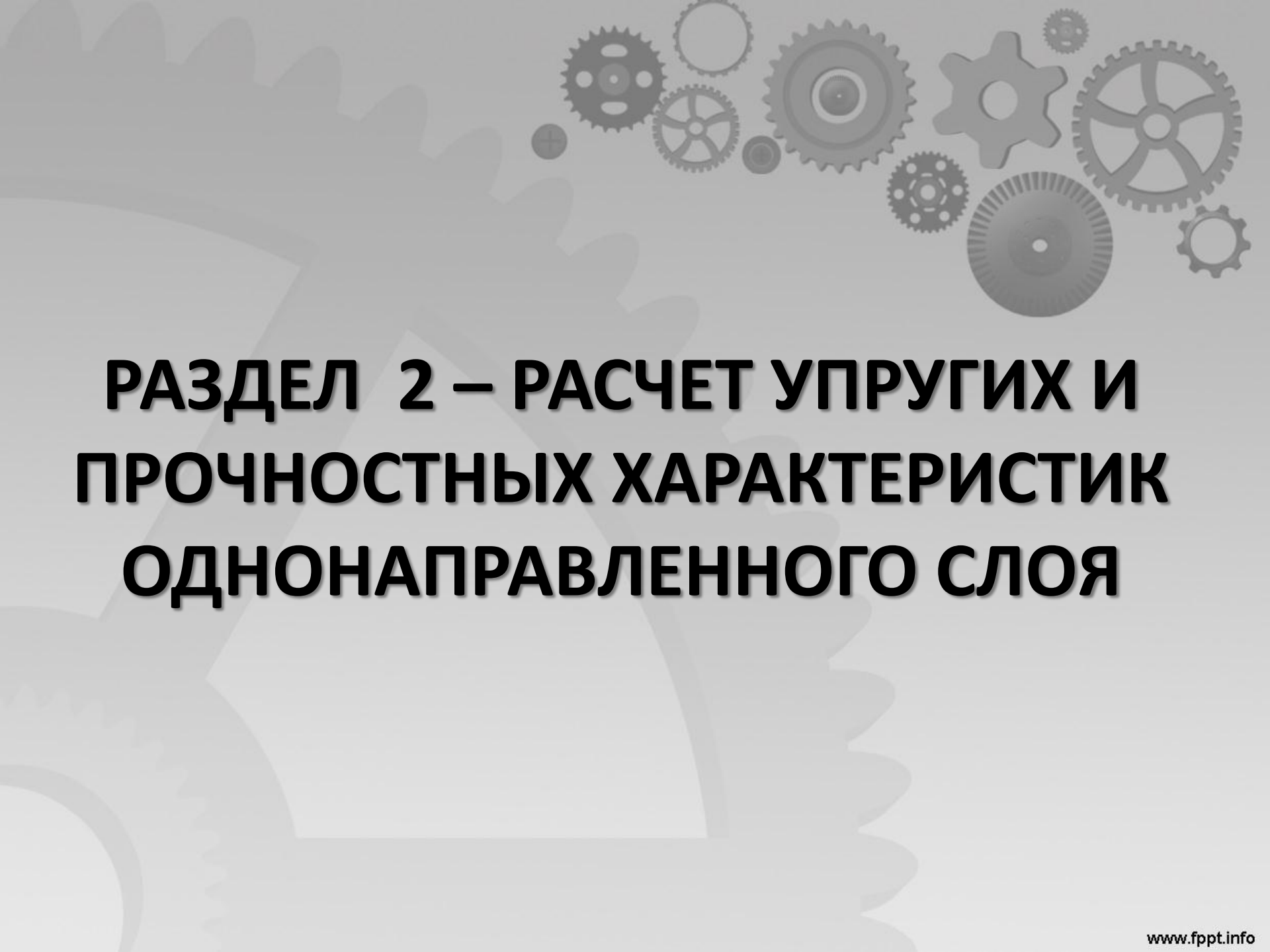
$\psi$  - коэффициент армирования.

4. Тип матрицы (например, эпоксидная) и ее механические характеристики:

$E_m$  - модуль упругости при растяжении,

$G_m$  - модуль сдвига,

$\nu_m$  - коэффициент Пуассона.



# **РАЗДЕЛ 2 – РАСЧЕТ УПРУГИХ И ПРОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ОДНОНАПРАВЛЕННОГО СЛОЯ**

5. Определяются упругие и прочностные характеристики однонаправленного слоя

5.1.  $E_1 = E_{\text{в}}\psi + E_{\text{м}}(1 - \psi)$  - модуль упругости в направлении армирования;

5.2. Поперечный модуль упругости  $E_2$

$$\frac{1}{E_2} = \frac{\psi}{E_{\text{в}}} + \frac{1 - \psi}{E_{\text{м}}};$$

5.3. Модуль сдвига  $G_{12}$

$$\frac{1}{G_{12}} = \frac{\psi}{G_{\text{в}}} + \frac{1 - \psi}{G_{\text{м}}};$$

5.4. Коэффициент Пуассона

$$\nu_{12} = \nu_{\text{в}}\psi + \nu_{\text{м}}(1 - \psi)$$

( $\nu_{12}$  - первый индекс указывает направление действия напряжения, второй – направление поперечной деформации);

5.5. Предел прочности в направлении армирования

$$\bar{\sigma}_1^+ = \bar{\sigma}_{\text{в}}^+ \left( \psi + \frac{E_{\text{м}}}{E_{\text{в}}} (1 - \psi) \right).$$



# **РАЗДЕЛ 3 – РАСЧЕТ УПРУГИХ ХАРАКТЕРИСТИК МНОГОСЛОЙНОГО КОМПОЗИТА**

## ПРОЕКТИРОВАНИЕ ПЯТИСЛОЙНОГО КОМПОЗИТА

1. Принимаем структуру композита по толщине симметричной относительно срединной поверхности (слоя) как по углу укладки слоев, так и по толщине, т.е. слою с углом укладки  $\varphi_1$  и толщиной  $h_1$ , расположенный с одной стороны срединного слоя, должен соответствовать слой с таким же углом укладки  $\varphi_1$  и толщиной  $h_1$ , расположенный по другую сторону от срединной поверхности на одинаковом расстоянии от нее (рис. 1).

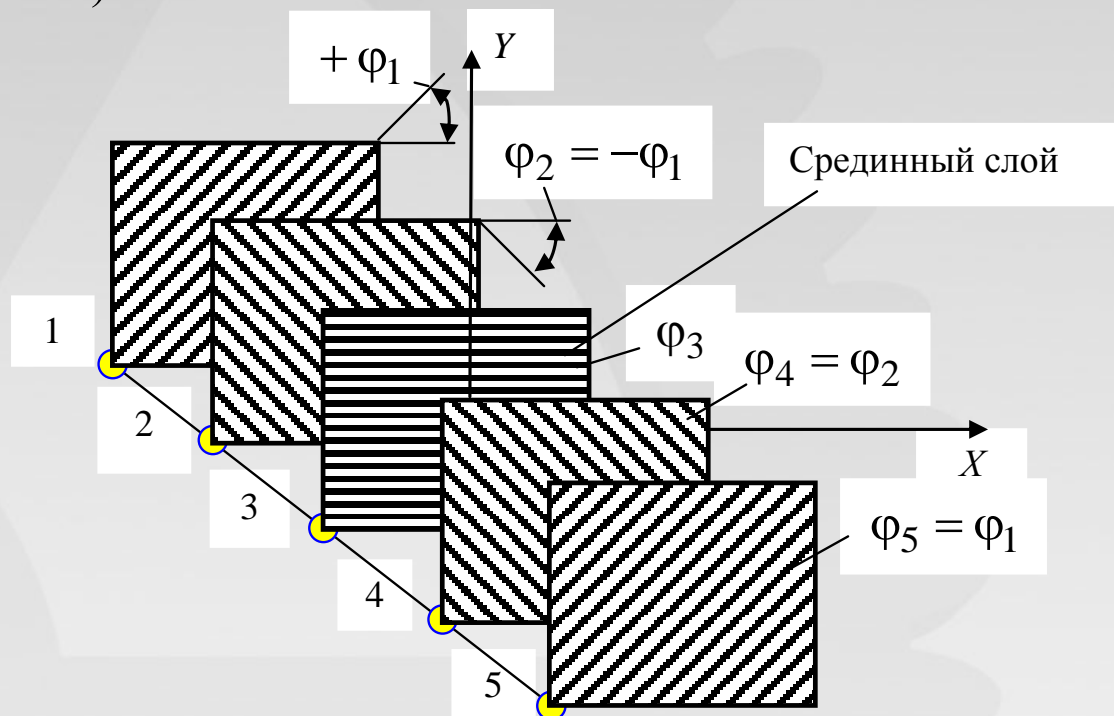


Рис. 1 Структура пятислойного композита по толщине

Структура композита должна удовлетворять второму требованию: каждому слою с углом укладки  $+\varphi_i$  должен соответствовать слой по другую сторону от срединного слоя с углом укладки  $-\varphi_i$ , расположенный на таком же расстоянии от срединного слоя.

Два этих требования по расстоянию удовлетворить не возможно. Как правило, в первую очередь удовлетворяется симметрия укладки.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ УПРУГИХ ХАРАКТЕРИСТИК МНОГОСЛОЙНОГО КОМПОЗИТА

- Вычисление относительных толщин слоев:

$$\bar{h}_1 = \frac{h_1}{h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5},$$

$$\bar{h}_2 = \frac{h_2}{h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5},$$

$$\bar{h}_3 = \frac{h_3}{h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5},$$

$$\bar{h}_4 = \frac{h_4}{h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5},$$

$$\bar{h}_5 = \frac{h_5}{h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5}.$$



Вычисление коэффициентов обобщенного закона Гука для пятислойного элемента:

$$B_{11} = \sum_{i=1}^5 \bar{h}_i \left[ \frac{E_1^i}{1 - \nu_{12}^i \nu_{21}^i} \cos^4 \varphi_i + 2 \frac{E_1^i \nu_{21}^i}{1 - \nu_{12}^i \nu_{21}^i} \sin^2 \varphi_i \cos^2 \varphi_i + \right. \\ \left. + \frac{E_2^i}{1 - \nu_{12}^i \nu_{21}^i} \sin^4 \varphi_i + G_{12}^i \sin^2 2\varphi_i \right];$$

$$B_{12} = \sum_{i=1}^5 \bar{h}_i \left[ \frac{E_1^i + E_2^i}{1 - \nu_{12}^i \nu_{21}^i} \sin^2 \varphi_i \cos^2 \varphi_i + \frac{E_1^i \nu_{21}^i}{1 - \nu_{12}^i \nu_{21}^i} (\sin^4 \varphi_i + \cos^4 \varphi_i) - \right. \\ \left. - G_{12}^i \sin^2 2\varphi_i \right];$$

$$B_{22} = \sum_{i=1}^5 \bar{h}_i \left[ \frac{E_1^i}{1 - \nu_{12}^i \nu_{21}^i} \sin^4 \varphi_i + 2 \frac{E_1^i \nu_{21}^i}{1 - \nu_{12}^i \nu_{21}^i} \sin^2 \varphi_i \cos^2 \varphi_i + \right. \\ \left. + \frac{E_2^i}{1 - \nu_{12}^i \nu_{21}^i} \cos^4 \varphi_i + G_{12}^i \sin^2 2\varphi_i \right];$$

$$B_{33} = \sum_{i=1}^5 \bar{h}_i \left[ \frac{E_1^i + E_2^i - 2E_1^i \nu_{21}^i}{1 - \nu_{12}^i \nu_{21}^i} \sin^2 \varphi_i \cos^2 \varphi_i + G_{12}^i \cos^2 2\varphi_i \right].$$

Определение  $\nu_{21}^i$  из условия ортотропности:

$$\frac{\nu_{21}^i}{E_2^i} = \frac{\nu_{12}^i}{E_1^i}; \quad \nu_{21}^i = \frac{\nu_{12}^i E_2^i}{E_1^i}.$$

- Определение упругих характеристик пятислойного композита:

$$E_x = B_{11} - \frac{B_{12}^2}{B_{22}}; \quad E_y = B_{22} - \frac{B_{12}^2}{B_{11}}; \quad G_{xy} = B_{33}$$

( $E_x$  - модуль упругости в направлении оси  $X$ ,

$E_y$  - модуль упругости в направлении оси  $Y$ ,

$G_{xy}$  - модуль сдвига в плоскости  $XY$ ).

- Находим коэффициенты Пуассона  $\nu_{xy}$ ,  $\nu_{yx}$ :

$$\nu_{xy} = \frac{B_{12}}{B_{11}}, \quad \nu_{yx} = \frac{B_{12}}{B_{22}}.$$

**ВЫВОД:** спроектированный композит имеет следующие упругие характеристики:

$$E_x = ;$$

$$E_y = ;$$

$$G_{xy} = ;$$

коэффициенты Пуассона:

$$\nu_{xy} = ;$$

$$\nu_{yx} = .$$

The background features a large, faint silhouette of a gear on the left side. In the upper right corner, there is a cluster of various smaller gears of different sizes and designs, some with teeth and some without, arranged in a scattered pattern.

# **ПРИЛОЖЕНИЕ – ВАРИАНТЫ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ**



## Расшифровка варианта задания

Вариант задания состоит из трех цифр – например, **1.3.4**.

Первая цифра **(1)** – соответствует номеру варианта из таблицы 1, где указаны толщины и углы укладки слоев.

Вторая цифра **(3)** – соответствует номеру варианта из таблицы 2, где указаны виды армирующих компонент и их упругие и прочностные свойства.

Третья цифра **(4)** – соответствует номеру варианта из таблицы 3, где указаны виды матричных компонентов и их упругие и прочностные свойства.

# ВАРИАНТЫ СТРУКТУР СЛОИСТЫХ КОМПОЗИТОВ

Таблица 1

№ слоя	Толщина (мм) и угол укладки (рад) по отношению к оси X	Варианты														
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	$h_1$ (мм)	0,3	0,25	0,2	0,35	0,4	0,45	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	0,25	0,3	0,4
	$\varphi_1/\pi$	1/3	1/4	1/5	1/6	1/9	1/12	1/4	2/9	5/18	7/18	4/9	4/9	1/3	1/5	1/9
2	$h_2$ (мм)	0,3	0,25	0,2	0,35	0,4	0,45	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	0,3	0,2	0,3
	$\varphi_2/\pi$	-1/3	-1/4	-1/5	-1/6	-1/9	-1/12	-1/4	-2/9	-5/18	-7/18	-4/9	-4/9	-1/3	-1/5	-1/9
3	$h_3$ (мм)	0,3	0,25	0,2	0,35	0,4	0,45	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	0,5	0,4	0,3
	$\varphi_3/\pi$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	$h_4$ (мм)	0,3	0,25	0,2	0,35	0,4	0,45	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	0,3	0,2	0,3
	$\varphi_4/\pi$	-1/3	-1/4	-1/5	-1/6	-1/9	-1/12	-1/4	-2/9	-5/18	-7/18	-4/9	-4/9	-1/3	-1/5	-1/9
5	$h_5$ (мм)	0,3	0,25	0,2	0,35	0,4	0,45	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1	0,25	0,3	0,4
	$\varphi_5/\pi$	1/3	1/4	1/5	1/6	1/9	1/12	1/4	2/9	5/18	7/18	4/9	4/9	1/3	1/5	1/9

№ слоя	Толщина (мм) и угол укладки (рад) по отношению к оси X	Варианты														
		16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1	$h_1$ (мм)	0,4	0,3	0,35	0,5	0,25	0,4	0,5	0,5	0,3	0,6	0,7	0,5	0,4	0,6	0,7
	$\varphi_1/\pi$	1/3	1/4	1/5	1/6	1/12	2/9	1/12	5/12	5/18	7/18	4/9	1/3	1/5	1/9	7/18
2	$h_2$ (мм)	0,2	0,2	0,25	0,4	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,4	0,5	0,3	0,25	0,5	0,5
	$\varphi_2/\pi$	-1/3	-1/4	-1/5	-1/6	-1/12	-2/9	-1/12	-5/12	-5/18	-7/18	-4/9	-1/3	-1/5	-1/9	-7/18
3	$h_3$ (мм)	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,35	0,45	0,25	0,65	0,85	0,75	0,85
	$\varphi_3/\pi$	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2
4	$h_4$ (мм)	0,2	0,2	0,25	0,4	0,3	0,3	0,4	0,4	0,5	0,4	0,5	0,3	0,25	0,5	0,5
	$\varphi_4/\pi$	-1/3	-1/4	-1/5	-1/6	-1/12	-2/9	-1/12	-5/12	-5/18	-7/18	-4/9	-1/3	-1/5	-1/9	-7/18
5	$h_5$ (мм)	0,4	0,3	0,35	0,5	0,25	0,4	0,5	0,5	0,3	0,6	0,7	0,5	0,4	0,6	0,7
	$\varphi_5/\pi$	1/3	1/4	1/5	1/6	1/12	2/9	1/12	5/12	5/18	7/18	4/9	1/3	1/5	1/9	7/18

# ХАРАКТЕРИСТИКИ МАТРИЧНОЙ И АРМИРУЮЩЕЙ КОМПОНЕНТОВ

Таблица 2

Упругие и прочностные характеристики армирующих волокон

Упругие и прочностные характеристики	Вариант			
	1	2	3	4
	Стеклонить	Угленить	Органонить	Бороволокно
$E$ , ГПа	70	250	131	300-400
$G$ , ГПа	24	12	20	100
$\nu$	0,22	0,15	0,25	0,11
Прочность при растяжении, $\sigma_{вр}$ , МПа	2500	2400-3500	2000-2500	3000-3500
Предельное удлинение, %	3,0-3,5	1,0	3-4	$\leq 1,0$

Упругие и прочностные характеристики матриц

Таблица 3

Упругие и прочностные характеристики	Вариант			
	1	2	3	4
	Полиэфирное связующее	Эпоксидное связующее	Эпоксифенольное связующее	Фенолформальдегидное связующее
$E_A$ , ГПа	2,1-4,6	2,8-4,2	2,8-4,1	2,8-4,6
$G_A$ , ГПа	1,0-1,9	0,8-1,5	1,1-1,6	1,0-1,4
$\nu_A$	0,35-0,42	0,34-0,4	0,33-0,4	0,35
Прочность при растяжении, $\sigma$ , МПа	42-70	28-91	33-86	42-63
Предельное удлинение, %	6	2-6	1,8-3,2	1,5-2,0

## Список литературы

1. Ю.С. Первушин, В.С. Жернаков. Основы проектирования и технологии изготовления изделий из слоистых композиционных материалов: учеб. пособие / Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т. – Уфа: УГАТУ, 2008-201с.
2. Ю.С. Первушин, В.С. Жернаков. Проектирование и прогнозирование механических свойств однонаправленного слоя из композиционных материалов: учеб. пособие / Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т. – Уфа: УГАТУ, 2002-127с.