

Министерство высшего и среднего специального образования РСФСР  
Уфимский ордена Ленина авиационный институт им. Серго Орджоникидзе  
Кафедра деталей машин и теории механизмов

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
к курсовому проектированию  
по теории механизмов и машин  
(проектирование механизмов  
с высшими кинематическими парами)

Уфа 1987

## I. СИНТЕЗ КУЛАЧКОВОГО МЕХАНИЗМА

Процесс проектирования кулачкового механизма состоит из трех этапов: выбор или исследование закона движения толкателя, определение наименьших возможных размеров механизма и построение профиля кулачка.

### I.I. Закон движения толкателя

В курсовом проекте закон движения толкателя задают уравнением или диаграммой изменения по углу поворота кулачка одной из функций-перемещений, аналогов скоростей или аналогов ускорений; недостающие зависимости получают дифференцированием или интегрированием заданной функции.

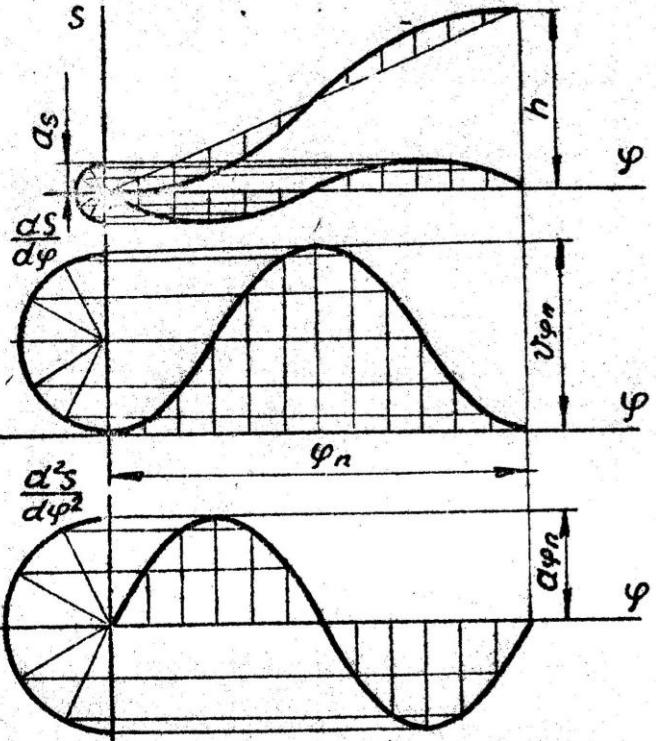
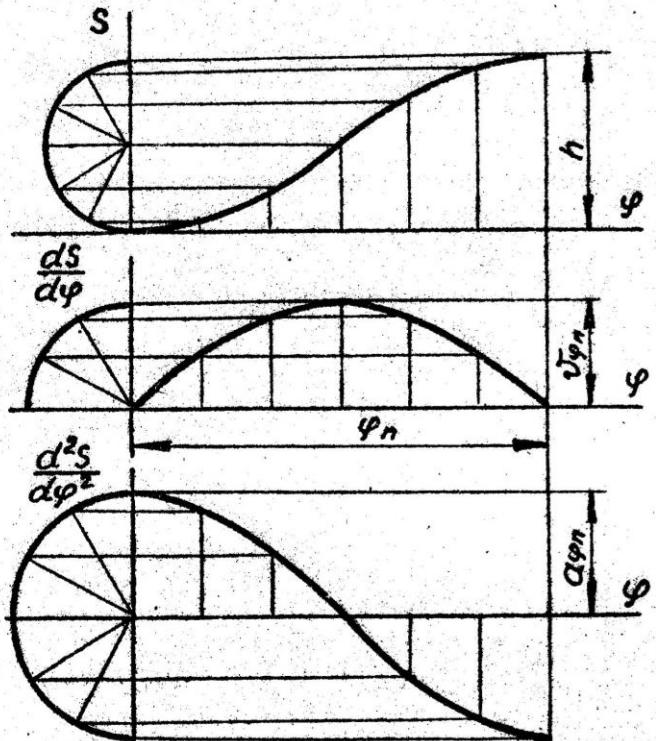
Обычно задают:

- 1) циклограмму работы механизма, т.е. углы поворота кулачка за время подъема толкателя ( $\varphi_n$ ), остановки в верхнем крайнем положении ( $\varphi_{\text{вп}}$ ), опускания ( $\varphi_o$ ) и остановки в нижнем положении ( $\varphi_{\text{пп}}$ ). В частных случаях оба угла  $-\varphi_{\text{вп}}$  и  $\varphi_{\text{пп}}$  или один из них могут быть равными нулю. Сумма всех фазовых углов равна  $360^\circ$ ;
- 2) вид закона изменения ускорений – синусоидальный, косинусоидальный, линейно возрастающий и др.;
- 3) наибольшее перемещение толкателя (расстояние между его крайними положениями): ход  $h$  для поступательно движущегося толкателя и угол поворота  $\psi_{\max}$  – для коромыслового.

Кулачок, как правило, вращается равномерно. Направление вращения кулачка назначают исходя из конструктивных соображений, а в учебном проекте это направление можно принять произвольно.

Для проектирования механизма нужно вычертить все три диаграммы движения толкателя в функции угла поворота кулачка  $\varphi$  – перемещений ( $S$  или  $\psi$ ), аналогов скоростей ( $v_\varphi = ds/d\varphi$  или  $\omega_\varphi = d\psi/d\varphi$ ) и аналогов ускорений ( $a_\varphi = d^2s/d\varphi^2$  или  $\xi_\varphi = d^2\psi/d\varphi^2$ ).

Для некоторых наиболее употребительных законов движения в помещенной ниже таблице приведены уравнения функций  $S(\varphi)$ ,  $v_\varphi(\varphi)$ ,  $a_\varphi(\varphi)$  и показан вид соответствующих кривых для фазы подъема поступательно движущегося толкателя (для механизмов с коромысловым толкателем обозначения  $h$ ,  $S$ ,  $v_\varphi$  и  $a_\varphi$  следует заменить на  $\psi_{\max}$ ,  $\psi$ ,  $\omega_\varphi$  и  $\xi_\varphi$  соответственно). В качестве аргумента функций движения выбрана безразмерная величина  $\bar{x}$ , пропорциональная углу поворота кулачка  $\varphi$  и изменяющаяся на каждом участке диаграммы в пределах [0; 1].

Наименование закона движения толкателя и вид диаграмм движения	Уравнения диаграмм движения толкателя
<p style="text-align: center;">I</p> <p style="text-align: center;">синусоидальный</p> 	<p style="text-align: center;">2</p> $\varphi \in [0; \varphi_n]$ $z \in [0; 1]$ $\varphi = z \varphi_n$ $a_s = \frac{h}{2\pi};$ $S = h(z - \frac{1}{2\pi} \sin(360^\circ z));$ $v_{\varphi_n} = \frac{2h}{\varphi_n};$ $\frac{ds}{d\varphi} = 0.5 v_{\varphi_n} (1 - \cos(360^\circ z))$ $a_{\varphi_n} = \frac{\pi v_{\varphi_n}}{\varphi_n};$ $\frac{d^2S}{d\varphi^2} = a_{\varphi_n} \sin(360^\circ z).$
<p style="text-align: center;">косинусоидальный</p> 	$\varphi \in [0; \varphi_n]$ $z \in [0; 1]$ $\varphi = z \varphi_n$ $S = 0.5h(1 - \cos(180^\circ z));$ $v_{\varphi_n} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{h}{\varphi_n};$ $\frac{ds}{d\varphi} = v_{\varphi_n} \sin(180^\circ z);$ $a_{\varphi_n} = \frac{\pi v_{\varphi_n}}{\varphi_n};$ $\frac{d^2S}{d\varphi^2} = a_{\varphi_n} \cos(180^\circ z).$

I	2
<p>Постоянного ускорения (параболический)</p> <p><math>S</math></p> <p><math>\varphi</math></p> <p><math>\varphi'_n \quad \varphi''_n</math></p> <p><math>\frac{ds}{d\varphi}</math></p> <p><math>\frac{d^2s}{d\varphi^2}</math></p> <p><math>\varphi'_n \quad \varphi''_n</math></p>	<p><math>\varphi \in [0; \varphi'_n]</math> <math>z \in [0; 1]</math> <math>\varphi = z\varphi'_n</math></p> <p><math>\varphi \in [\varphi'_n; \varphi_n]</math> <math>z \in [0; 1]</math> <math>\varphi = \varphi'_n + z\varphi''_n</math></p> <p><math>h' = h \frac{\varphi'_n}{\varphi_n};</math></p> <p><math>s = h' z^2;</math></p> <p><math>v_{\varphi_n} = \frac{2h}{\varphi_n};</math></p> <p><math>\frac{ds}{d\varphi} = v_{\varphi_n} z;</math></p> <p><math>\frac{d^2s}{d\varphi^2} = a'_{\varphi_n} = \frac{v_{\varphi_n}}{\varphi'_n};</math></p> <p><math>\frac{d^2s}{d\varphi^2} = a''_{\varphi_n} = -\frac{v_{\varphi_n}}{\varphi''_n}.</math></p>
<p>Линейно убывающего ускорения</p> <p><math>S</math></p> <p><math>\varphi</math></p> <p><math>\varphi'_n \quad \varphi''_n</math></p> <p><math>\frac{ds}{d\varphi}</math></p> <p><math>\frac{d^2s}{d\varphi^2}</math></p> <p><math>\varphi'_n \quad \varphi''_n</math></p>	<p><math>\varphi \in [0; \varphi'_n]</math> <math>z \in [0; 1]</math> <math>\varphi = z\varphi'_n</math></p> <p><math>\varphi \in [\varphi'_n; \varphi_n]</math> <math>z \in [0; 1]</math> <math>\varphi = \varphi'_n + z\varphi''_n</math></p> <p><math>h' = h \frac{\varphi'_n}{\varphi_1};</math></p> <p><math>s = \frac{h'}{2} z^2 (3-z);</math></p> <p><math>v_{\varphi_n} = \frac{3}{2} \frac{h}{\varphi_n};</math></p> <p><math>\frac{ds}{d\varphi} = v_{\varphi_n} (2-z) z;</math></p> <p><math>a'_{\varphi_n} = \frac{2 v_{\varphi_n}}{\varphi'_n};</math></p> <p><math>\frac{d^2s}{d\varphi^2} = a'_{\varphi_n} (1-z);</math></p> <p><math>a''_{\varphi_n} = \frac{2 v_{\varphi_n}}{\varphi''_n};</math></p> <p><math>\frac{d^2s}{d\varphi^2} = -a''_{\varphi_n} z.</math></p>

I	2
<p>Линейно возрастающего ускорения</p>	<p><math>\varphi \in [0; \varphi_n']</math>  <math>z \in [0; 1]</math>  <math>\varphi = z\varphi_n'</math></p> <p><math>h' = h \frac{\varphi_n'}{\varphi_n};</math></p> <p><math>s = h' z^3;</math></p> <p><math>v_{\varphi_n} = \frac{3h}{\varphi_n};</math></p> <p><math>\frac{ds}{d\varphi} = v_{\varphi_n} z^2;</math></p> <p><math>a_{\varphi_n}' = \frac{2v_{\varphi_n}}{\varphi_n},</math></p> <p><math>\frac{d^2s}{d\varphi^2} = a_{\varphi_n}' z;</math></p>
	<p><math>\varphi \in [\varphi_n'; \varphi_n]</math>  <math>z \in [0; 1]</math>  <math>\varphi = \varphi_n' + z\varphi_n''</math></p> <p><math>s = h' + (h-h')(z^2 - 3z + 3)z;</math></p> <p><math>\frac{ds}{d\varphi} = v_{\varphi_n}(1-z)^2;</math></p> <p><math>a_{\varphi_n}'' = \frac{2v_{\varphi_n}}{\varphi_n''},</math></p> <p><math>\frac{d^2s}{d\varphi^2} = a_{\varphi_n}''(z-1).</math></p>
	<p><math>\varphi \in [0; \varphi_n']</math>  <math>z \in [0; 1]</math>  <math>\varphi = z\varphi_n'</math></p> <p><math>h' = \frac{3(\varphi_n')^2}{\varphi_n(\varphi_n+2\varphi_n')} h;</math></p> <p><math>s = h' z^2;</math></p> <p><math>v_{\varphi_n}' = \frac{2h'}{\varphi_n};</math></p> <p><math>\frac{ds}{d\varphi} = v_{\varphi_n}' z;</math></p> <p><math>a_{\varphi_n}' = \frac{v_{\varphi_n}'}{\varphi_n},</math></p>
	<p><math>\varphi \in [\varphi_n'; \varphi_n]</math>  <math>z \in [0; 1]</math>  <math>\varphi = \varphi_n' + z\varphi_n''</math></p> <p><math>s = h'((1+\frac{\varphi_n''}{\varphi_n}z)^2 - \frac{2}{3}\frac{\varphi_n\varphi_n''}{(\varphi_n')^2}z^3);</math></p> <p><math>\frac{ds}{d\varphi} = v_{\varphi_n}'(1 + \frac{\varphi_n''}{\varphi_n}z - \frac{\varphi_n}{\varphi_n'}z^2);</math></p> <p><math>a_{\varphi_n}'' = a_{\varphi_n}' \frac{\varphi_n + \varphi_n'}{\varphi_n''},</math></p> <p><math>\frac{d^2s}{d\varphi^2} = a_{\varphi_n}' - (a_{\varphi_n}' + a_{\varphi_n}'')z.</math></p>

Рассчитанные по предлагаемым уравнениям кривые можно вычертить по точкам в любом удобном масштабе. Для таких кривых, как косинусоида, синусоида и квадратная парабола можно воспользоваться известными геометрическими приемами построения.

Приведенные в таблице сведения о диаграммах движения можно использовать и для фазы опускания толкателя.

### I.2. Минимально возможные размеры кулачка

Из конструктивных и экономических соображений желательно получить механизм, обеспечивающий движение толкателя по заданному закону при наименьших возможных габаритных размерах. Ниже показаны способы определения таких размеров для механизмов различных типов.

#### I.2.1. Механизм с поступательно движущимся точечным или роликовым толкателем

Давление от кулачка на толкатель передается по направлению контактной нормали  $n - n$  (рис. I.1). Угол  $\alpha$  между нормалью и вектором скорости конца толкателя называют углом давления. Чем меньше значение  $\alpha$ , тем меньше возможность перекоса и заклинивания толкателя в его направляющих, поэтому размеры механизма следует подобрать так, чтобы угол  $\alpha$  во всех положениях не превышал некоторого заданного значения  $\alpha_{max}$  (или угол передачи  $\gamma$ , дополняющий  $\alpha$  до  $90^\circ$ , не становился меньше некоторого заданного значения  $\gamma_{min}$ ).

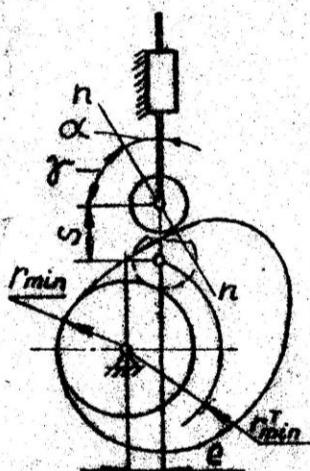


Рис. I.1

рому скорости конца толкателя называют углом давления. Чем меньше значение  $\alpha$ , тем меньше возможность перекоса и заклинивания толкателя в его направляющих, поэтому размеры механизма следует подобрать так, чтобы угол  $\alpha$  во всех положениях не превышал некоторого заданного значения  $\alpha_{max}$  (или угол передачи  $\gamma$ , дополняющий  $\alpha$  до  $90^\circ$ , не становился меньше некоторого заданного значения  $\gamma_{min}$ ).

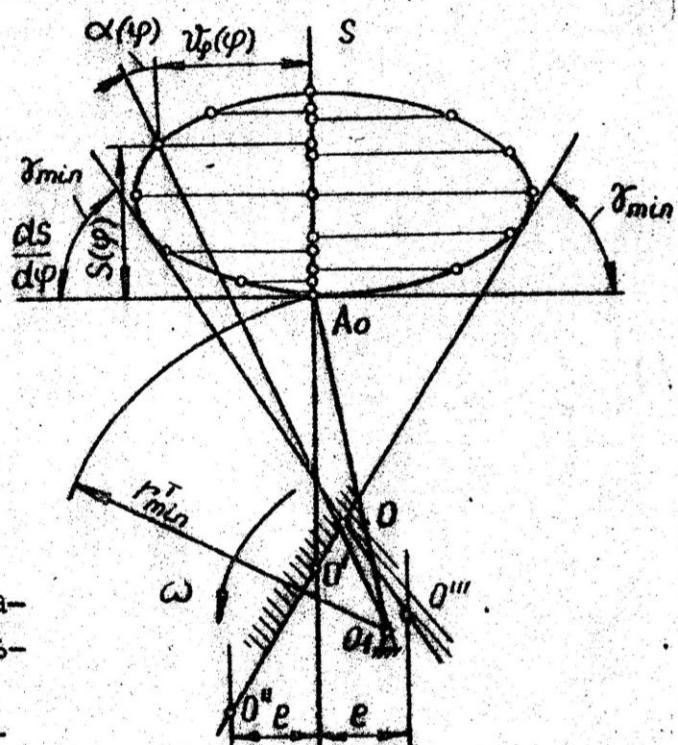


Рис. I.2

Для определения наименьших размеров механизма необходимо:

1) построить в прямоугольной системе координат кривую  $S = S(\psi_\varphi)$ .

Каждому положению механизма на этой кривой соответствует определенная точка (рис. I.2). Ординатой этой точки является расстояние  $S = S(\psi_\varphi)$  острия точечного толкателя или центра ролика от нижнего крайнего положения; засечки  $S$  берут с диаграммы перемещений толкателя. Абсциссой точки является величина  $v_\varphi = ds/d\psi$ ; ее берут с диаграммы аналогов скоростей и откладывают, повернув вектор  $\vec{v}_\varphi$  в сторону вращения кулачка на  $90^\circ$ . Координаты  $S$  и  $v_\varphi$  откладывают в одинаковом масштабе;

2) к полученной замкнутой кривой построить две касательные под углом  $\gamma_{min}$  к оси  $v_\varphi$ . Эти прямые, пересекаясь, выделяют на поле чертежа зону, в которой разрешено разместить центр вращения кулачка (запретная зона отштрихована).

Если эксцентриситет  $e$  механизма не задан и может быть выбран произвольно, центр вращения кулачка помещают в точке  $O$  пересечения указанных касательных. Если эксцентриситет должен быть равен нулю, центр вращения помещают в точке  $O'$ . Если задана величина и направление эксцентриситета, центр вращения кулачка помещают на соответствующей касательной на расстоянии  $e$  от линии движения толкателя (т.е. в одной из точек  $-O''$  или  $O'''$ ).

Расстояние от выбранного положения центра вращения кулачка, например, от точки  $O_1$  до точки  $A_1$ , является минимальным радиусом теоретического профиля кулачка  $r_{min}^t$ .

С помощью диаграммы  $S = S(v_\varphi)$  можно определить угол давления для любого положения механизма; для этого нужно соединить выбранный центр вращения  $O_1$  с текущей точкой диаграммы, как показано на рис. I.2.

### I.2.2. Механизм с коромысловым точечным или роликовым толкателем

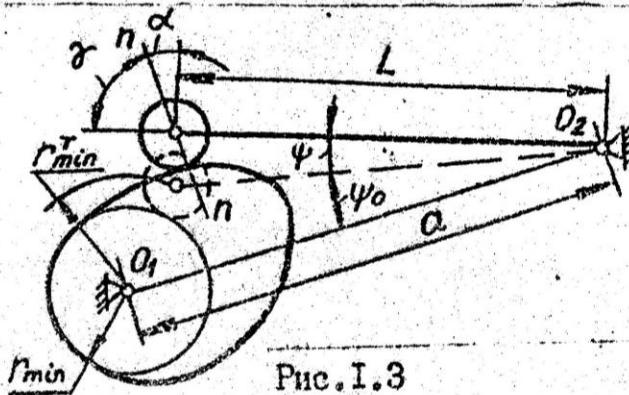


Рис. I.3

Определению подлежат межосевое расстояние  $a = O_1 O_2$  и минимальный радиус  $r_{min}^t$  теоретического профиля кулачка при заданной или выбранной из теоретических соображений длине коромысла  $L$ . Исходить следует из того, чтобы в любом положении механизма соблюдалось условие  $\alpha < \alpha_{max}$  или  $\gamma \geq \gamma_{min}$ .

Для определения требуемых размеров механизма необходимо:

- 1) из произвольно выбранной точки  $O_2$ , как из центра построить кружность радиуса  $L$  (рис. I.4); выбрав нижнее крайнее положение коромысла (прямая  $A_2 A_3$ ), построить еще ряд его положений в пределах прямого и обратного хода, используя значения углов  $\psi(\varphi)$  с диаграммы перемещений толкателя;

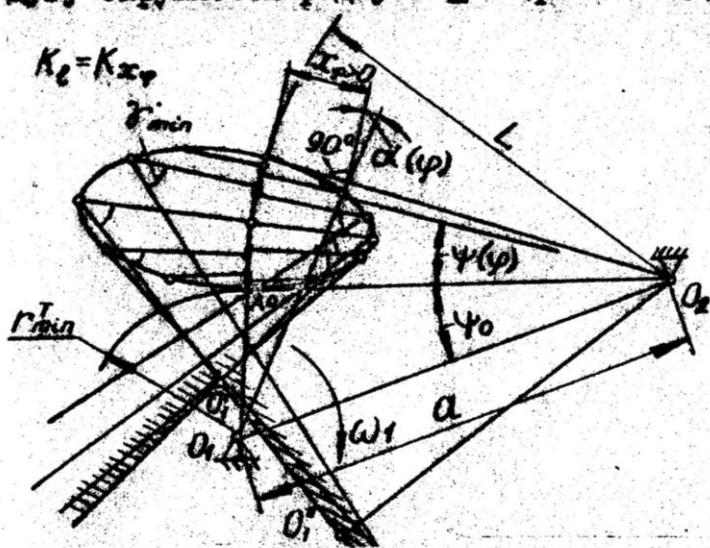


Рис. I.4

масштаб  $K_1$ . Для тех положений механизма, в которых направления вращения кулачка и толкателя не совпадают, отрезки  $X_\varphi$  откладывают на продолжении прямой от точки  $O_2$ , а для тех положений, в которых эти направления совпадают – к точке  $O_2$ . Концы отрезков  $X_\varphi$  для наглядности можно соединить плавной кривой, хотя сама по себе эта кривая для решения поставленной задачи значения не имеет;

3) через конец каждого отрезка  $X_\varphi$  провести прямую под углом  $\gamma_{min}$  к этому отрезку, как показано на рис. I.4. Построенные прямые выделяют на поле чертежа зону, в которой можно разместить центр  $O_1$  вращения кулачка, обеспечивая для любого положения механизма соблюдение условия  $\gamma > \gamma_{min}$  (на рисунке запретная зона отштрихована).

Выбирая положение центра вращения кулачка в разных точках разрешенной зоны, можно получить механизм с наименьшим межосевым расстоянием  $a$  (точка  $O'_1$ ), с наименьшими размерами кулачка (точка  $O''_1$ ) и т.д. Каждому положению точки  $O_1$  соответствуют определенные значения межосевого расстояния  $a$ , наименьшего радиуса теоретического профиля кулачка  $r_{min}'$  и начальной координаты коромысла  $\psi_0$ .

С помощью построений по рис. I.4 можно определить угол давления для любого положения механизма, если соединить выбранный центр вращения кулачка с концом текущего отрезка  $X_\varphi$ , как это показано на рисунке в качестве примера.

- 2) на каждой прямой, изображающей текущее положение коромысла, отложить отрезок длиной  $X_\varphi = L\omega_\varphi$ ; для изображения длины коромысла  $L$  и длины отрезков  $X_\varphi$  использовать один и тот же

## II

### I.2.3. Механизм с поступательно движущимся плоским (тарельчатым) толкателем

У такого механизма во всех его положениях угол передачи  $\gamma$  постоянен и не зависит от минимального радиуса кулачка  $r_{min}$ ; здесь будут рассмотрены механизмы с наиболее распространенным значением угла  $\gamma = 90^\circ$ .

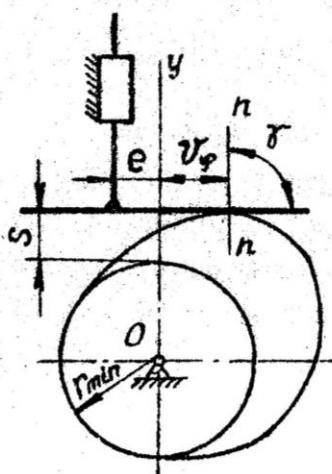


Рис. I.5

При проектировании механизма с плоским толкателем радиус  $r_{min}$  следует выбрать так, чтобы профиль кулачка был выпуклым; вогнутые участки профиля недопустимы, так как плоский толкатель не сможет войти в контакт ни с одной точкой такого участка.

Условие выпуклости профиля кулачка требует соблюдения при любом значении  $\varphi$  неравенства

$$\rho = r_{min} + s + \frac{d^2s}{d\varphi^2} > 0,$$

где  $\rho$  — радиус кривизны профиля кулачка в текущей точке.

Для определения наименьшего допустимого значения  $r_{min}$  (при  $\gamma = 90^\circ$ ) необходимо вычертить в общей системе координат и в одинаковом масштабе две кривые —  $s(\varphi)$  и  $A_\varphi(\varphi)$ , причем кривую  $s(\varphi)$  нужно изобразить ниже оси абсцисс, как это показано на рис. I.6 в. Если эти кривые не пересекаются, то условие выпуклости профиля кулачка соблюдается при любом значении  $r_{min}$ ; если же, как это показано на рисунке, кривая  $A_\varphi(\varphi)$  пересекает кривую  $s(\varphi)$ , то указанное условие соблюдается только при  $r_{min} \geq K_1 C$ , где  $C$  — наибольшая раз-

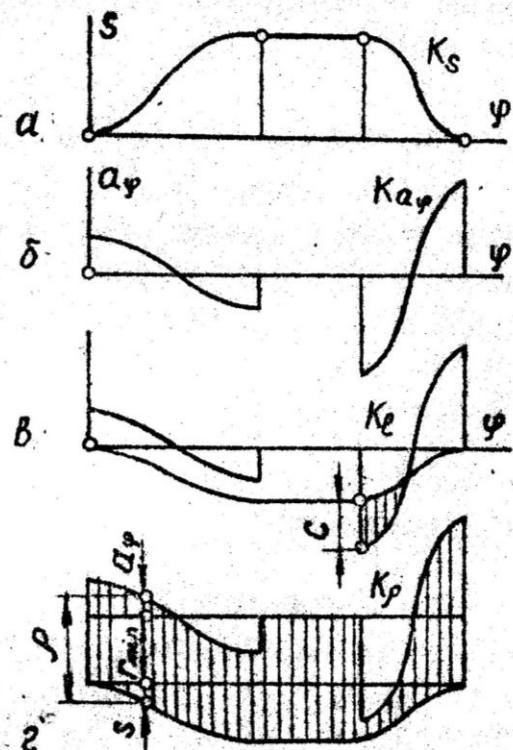


Рис. I.6

ность ординат диаграмм на участке между точками их пересечения (мм),  $K_1$  - общий масштаб этих диаграмм. Обычно принимают

$$r_{min} = K_1 C + (10 - 15) \text{ мм}.$$

Фактическое значение радиуса кривизны профиля кулачка  $r_p$  в любой его текущей точке (при любом  $\varphi$ ) можно найти с помощью построения по рис. I.6 г.

Размер тарелки толкателя по каждую сторону от оси  $Oy$  должен быть не меньше предельных значений  $V_\varphi$  при подъеме и опускании толкателя (рис. I.5).

### I.3. Графические методы построения профиля кулачка

При построении профиля кулачка используют метод обращения движения: кулачок принимают за неподвижное звено, а стойку и толкатель врашают вокруг центра кулачка, сохраняя относительное движение всех звеньев механизма прежним. Искомый профиль в этом случае получают как огибающую семейства последовательных положений толкателя (его острия, ролика или тарелки) относительно кулачка.

#### I.3.1. Механизм с поступательно движущимся точечным или роликовым толкателем

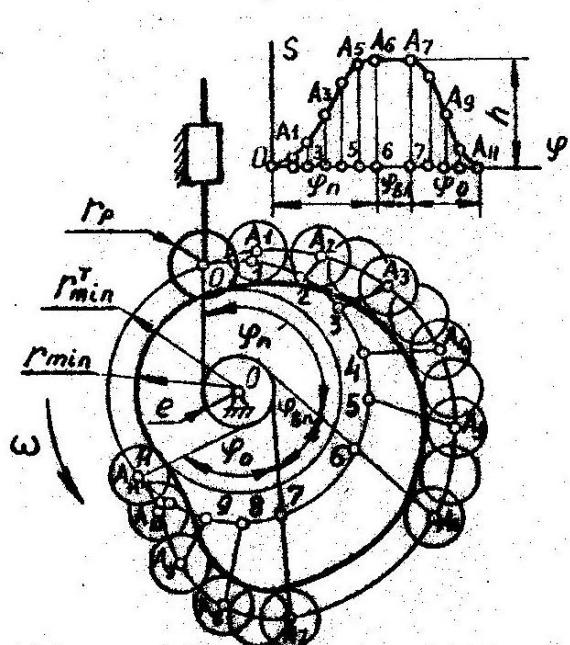


Рис. I.7

Для построения профиля кулачка необходимо:

1) построить концентрические окружности радиусов  $r_{min}^t$  и  $e$ ;  
2) окружность радиуса  $r_{min}^t$  разделить на части, соответствующие делениям на оси абсцисс диаграммы перемещений; деления нужно пронумеровать в направлении, противоположном направлению вращения кулачка.

3) через построенные деления провести касательные к окружности радиуса  $e$ . Каждая из этих прямых показывает текущее положение оси толкателя в его движении относительно кулачка. Расположение прямых по отношению к центру  $O$  вращения кулачка

должно соответствовать тому направлению эксцентриситета, которое было использовано при выборе минимального радиуса  $r_{min}^t$  в построении по рис. I.2.

Если эксцентризитет  $e = 0$ , то прямые становятся радиальными;

4) от точек 0, 1, 2 и т.д., лежащих на окружности радиуса  $r_{min}$ , отложить вдоль прямых, построенных в предыдущем пункте, отрезки, взятые для одноименных точек с диаграммы перемещений толкателя. Полученные при этом построении точки  $A_0, A_1, A_e$  и т.д. соединить плавной кривой, которая и будет теоретическим профилем кулачка при роликовом толкателе (и действительным профилем – при точечном);

5) выбрать, если это необходимо, радиус ролика  $r_p$ , руководствуясь рекомендациями

$$r_p = (0,15 \dots 0,20) r_{min};$$

$$r_p < r_{min},$$

где  $r_{min}$  – минимальный радиус кривизны теоретического профиля кулачка на выпуклом участке.

Выбрав ряд точек теоретического профиля, построить из них, как из центров, семейство окружностей радиуса  $r_p$ . Действительным профилем кулачка будет та огибающая семейства, которая расположена внутри теоретического профиля.

### I.3.2. Механизм с коромысловым точечным или роликовым толкателем

Перед построением профиля кулачка должны быть выбраны направление вращения кулачка и расположение коромысла по отношению к межосевой линии  $O_1O_2$  (коромысло можно расположить выше или ниже этой линии). Сочетание перечисленных факторов должно строго соответствовать построениям согласно рис. I.4.

Для построения профиля кулачка (рис. I.8) требуется:

1) построить из выбранной точки 0, как из центра две окружности радиусов  $r_{min}$  и  $A$ . Окружность радиуса  $A$  разделить на части, соответствующие делениям на оси абсцисс диаграммы перемещений толкателя. Деления пронумеровать в направлении, противоположном направлению вращения кулачка;

2) из каждого деления как из центра построить дугу радиуса  $L$  до пересечения с окружностью радиуса  $r_{min}$ ; точки пересечения обозначить номерами соответствующих делений. При построении учесть выбранное расположение коромысла по отношению к межосевой линии;

3) используя значения углов  $\psi(\varphi)$  с диаграммы перемещений толкателя, построить на соответствующих дугах точки  $A_0, A_1, A_2$  и т.д. Построенные точки соединить плавной кривой. Эта кривая представляет

собой действительный профиль кулачка при точечном толкателе и теоретический профиль - при роликовом;

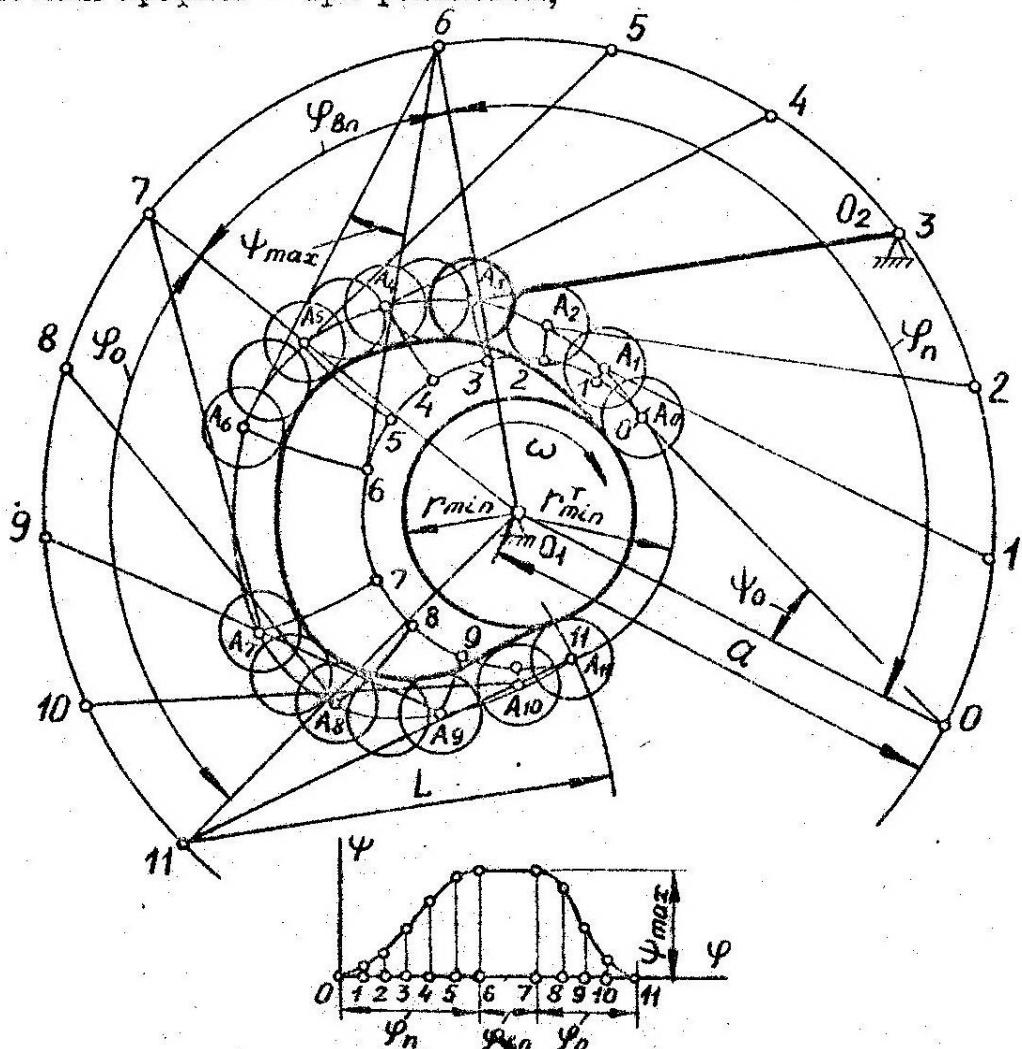


Рис. I.8

4) выбрать, если это требуется, диаметр ролика и построить действительный профиль кулачка. При построении использовать те же рекомендации и приемы, что и для механизма с поступательно движущимся толкателем.

### I.3.3. Механизм с поступательно движущимся плоским (тарельчатым) толкателем

Для построения профиля кулачка следует, выбрав направление его вращения, выполнить такие действия:

I) построить окружность радиуса  $r_{min}$  и разделить ее на части в соответствии с делениями на оси абсцисс диаграммы перемещений. Деления пронумеровать в направлении, противоположном направлению вращения кулачка; через деления провести радиальные прямые и вдоль

них отложить от окружности радиуса  $r_{min}$  наружу отрезки, изображающие на диаграмме  $S(\varphi)$  величины перемещений толкателя от его нижнего крайнего положения;

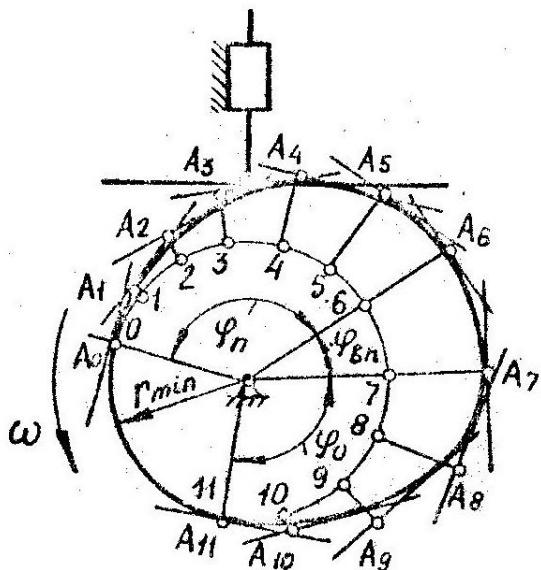


Рис. 1.9

толкателя с указанием масштабных коэффициентов по осям координат; построения, необходимые для определения наименьших размеров механизма;

действительный, а для механизмов с роликовыми толкателями и теоретический профиль кулачка;

диаграмма углов давления  $\alpha(\varphi)$  для различных положений механизма с роликовым толкателем;

диаграмма радиусов кривизны  $\rho(\varphi)$  профиля кулачка для механизма с плоским толкателем.

При всех построениях необходимо строго следить за соблюдением масштабов. Так, например, отрезки с диаграммы перемещений толкателя должны переноситься на чертеж кулачка при построении его профиля с учётом того масштабного коэффициента, в котором кулачок чертят.

Синтез кулачкового механизма может быть выполнен аналитически. Такую работу обычно поручают в качестве специального задания; материал подробно изложен в выпущенных кафедрой методических указаниях "Аналитические методы синтеза кулачковых механизмов".

- 2) через полученные точки  $A_0, A_1, A_2$  и т.д. провести прямые под углом  $\gamma = 90^\circ$  к радиальным прямым; каждая такая прямая изображает положение плоской тарелки толкателя в его движении относительно кулачка;
- 3) построить профиль кулачка как огибающую положений тарелки.

#### 1.4. Некоторые общие замечания

На чертеже, относящемся к синтезу кулачкового механизма должны быть приведены:

диаграммы перемещений, аналоги скоростей и аналогов ускорений

также масштабные коэффициенты по осям координат;

построения, необходимые для определения наименьших размеров механизма;

действительный, а для механизмов с роликовыми толкателями и теоретический профиль кулачка;

диаграмма углов давления  $\alpha(\varphi)$  для различных положений механизма с роликовым толкателем;

диаграмма радиусов кривизны  $\rho(\varphi)$  профиля кулачка для механизма с плоским толкателем.

При всех построениях необходимо строго следить за соблюдением масштабов. Так, например, отрезки с диаграммы перемещений толкателя должны переноситься на чертеж кулачка при построении его профиля с учётом того масштабного коэффициента, в котором кулачок чертят.

Синтез кулачкового механизма может быть выполнен аналитически. Такую работу обычно поручают в качестве специального задания; материал подробно изложен в выпущенных кафедрой методических указаниях "Аналитические методы синтеза кулачковых механизмов".

## 2. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧИ

В содержание этого пункта задания входят:

- геометрический расчет (определение основных геометрических размеров колёс и передачи);
- проверка качества колёс и их зацепления по геометрическим показателям;
- расчёт измерительных размеров колёс;
- вычерчивание картины зацепления.

Зубчатую пару, которую надлежит спроектировать, указывает консультант. Обычно это прямозубая цилиндрическая пара внешнего зацепления, составленная из колёс, нарезанных стандартным инструментом реечного типа (зуборезной гребёнкой или червячной фрезой). Порядок проектирования такой пары определяет алгоритм, схема которого приведена ниже.

Студенту может быть выдано специальное задание: проектирование передачи, составленной из колёс, нарезанных долбяками; передачи внутреннего зацепления; косозубой передачи; прямозубой конической передачи и т.д. Специальным заданием может быть предусмотрено составление программы какого-либо этапа проектирования передачи, отладка программы и выполнение расчетов на ЭВМ.

Студент рассчитывает передачу с помощью микрокалькулятора. Для обычных заданий такой же расчет выполняется кафедрой на ЭВМ. При совпадении результатов обоих расчетов студенту выдают распечатку, выполненную ЭВМ и содержащую некоторые дополнительные сведения, необходимые для построения картины зацепления. Распечатку необходимо вклейть в пояснительную записку и дать расшифровку всех идентификаторов.

### 2.1. Исходные данные

Исходными данными для расчета прямозубой цилиндрической передачи являются:

- 1) числа зубьев колёс  $Z_1$  и  $Z_2$ . Они либо указаны в задании, либо определены при кинематическом расчете редуктора;
- 2) параметры исходного контура. Они стандартизованы:  
угол профиля исходного контура  $\alpha = 20^\circ$ ;  
коэффициент высоты головки зуба  $h_a^* = 1,0$ ;

Схема алгоритма  
проектирования прямозубой пары внешнего зацепления

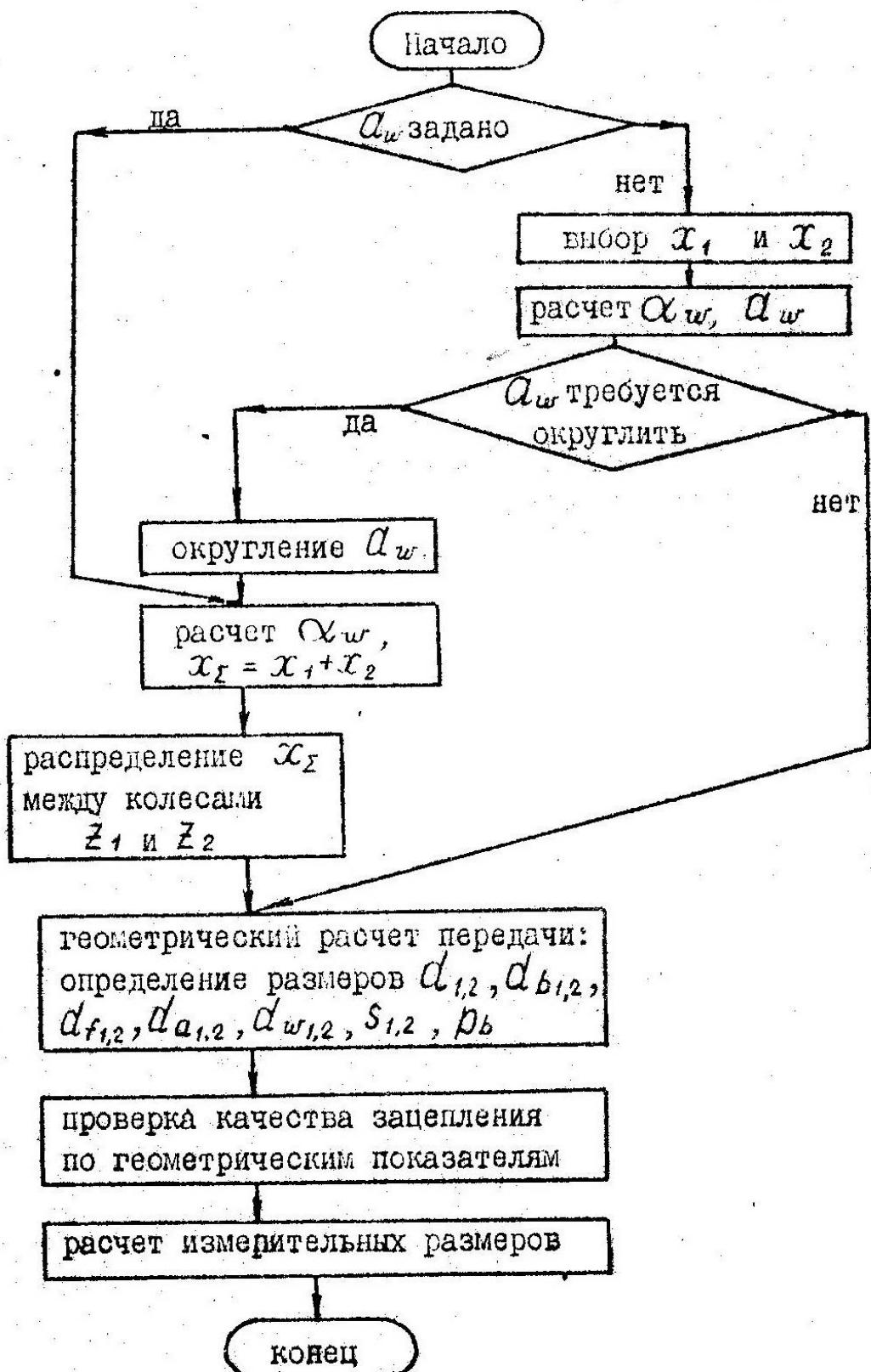


Рис.2.1

коэффициент радиального зазора  $C^* = 0,25$  ;

коэффициент граничной высоты  $h_i^* = 2,0$  .

Модуль  $M$  указан в задании;

3) коэффициенты смещения  $x_1$  и  $x_2$  .

Выбор коэффициентов смещения является важным этапом проектирования зубчатой передачи. Коэффициенты смещения существенно влияют на геометрию передачи и её качественные показатели; поэтому их следует выбирать, учитывая условия работы передачи и предъявляемые к ней требования. В учебном проекте условия, которые нужно удовлетворить при выборе  $x_1$  и  $x_2$  , задает консультант.

При выборе коэффициентов смещения используют блокирующие контуры. Форма и размеры контура зависят от чисел зубьев колёс, системы расчета диаметров вершин и типа применяемого зуборезного инструмента. Преобладающей является система расчета, сохраняющая в зацеплении стандартный радиальный зазор  $C^*M$  при любых коэффициентах смещения. В специальное задание на проектирование передачи может быть включена и иная система расчета диаметров вершин.

На рис. 2.2 в качестве образца приведен блокирующий контур прямозубой передачи внешнего зацепления, нарезанной стандартным инструментом реечного типа и рассчитанной по системе, сохраняющей в зацеплении стандартные радиальные зазоры. Числа зубьев колес передачи указаны в верхней части контура. Контуры, помещенные в справочниках, изданных в разное время, идентичны по форме, но могут отличаться обозначением линий качественных показателей или граничных линий.

Если в справочнике нет блокирующего контура, точно соответствующего числом зубьев колес рассчитываемой зубчатой пары, следует использовать контур, построенный для передачи с ближайшими значениями чисел зубьев.

Ниже приведены указания по выбору коэффициентов смещения в зависимости от требований, предъявляемых к передаче:

I) требуется получить максимально возможный угол зацепления  $\alpha_w$  , что при прочих равных условиях обеспечивает получение наибольшего возможного коэффициента суммы смещений  $x_s = x_1 + x_2$  , наибольшего межосевого расстояния  $a_w$  и контактной прочности передачи, близкой к максимальной.

Для нахождения коэффициентов смещения следует провести под углом  $45^\circ$  к осям координат прямую, имеющую в пределах разрешенной зоны контура единственную общую точку с изолинией  $\epsilon = 1,2$  (обычно это точка касания указанной прямой и линии  $\epsilon = 1,2$ ) ;

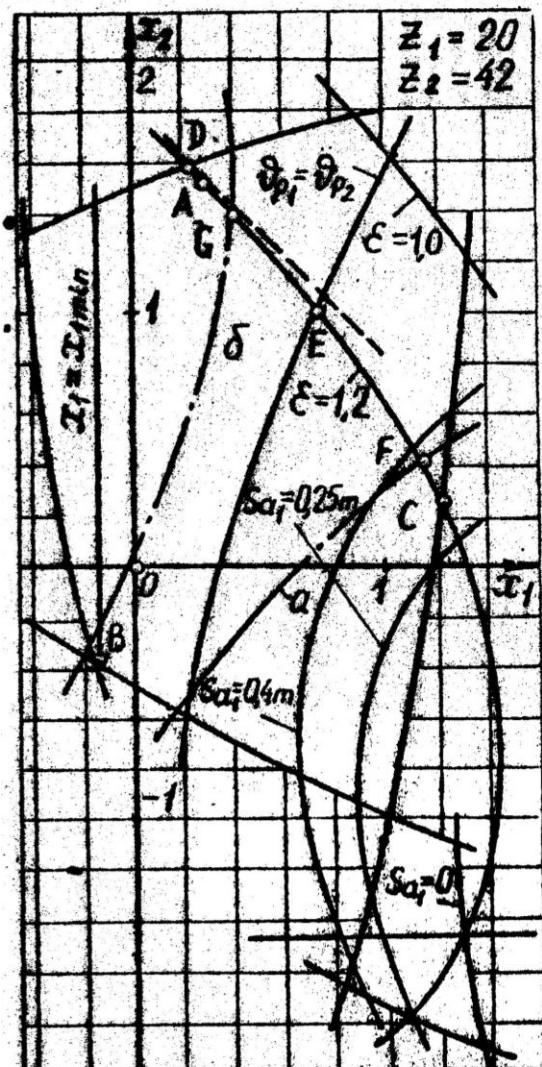


Рис. 2.2

координаты этой точки и есть искомые значения  $x_1$  и  $x_2$  (точка А на рис. 2.2);

2) требуется получить максимально возможный коэффициент перекрытия  $\epsilon$ . Соответствующую точку следует взять в левом нижнем углу разрешенной зоны контура (точка В на рис. 2.2);

3) требуется получить максимально возможный диаметр впадин  $d_f$ , колеса  $Z_1$ . Искомой является точка С, наиболее удаленная в разрешенной зоне контура от оси ординат. Для получения передачи с наибольшим значением  $d_{f_2}$ , следует найти точку D, наиболее удаленную от оси абсцисс;

4) требуется получить передачу с минимально возможными и выравненными удельными скольжениями в нижних точках активных профилей зубьев (износостойкость такой передачи близка к максимальной). Искомыми значениями  $x_1$  и  $x_2$  являются координаты точки Е пересечения кривой выравненных удельных скольжений  $\vartheta_{p_1} = \vartheta_{p_2}$  с изолинией  $\epsilon = 1,2$ ;

5) требуется получить передачу с изгибной прочностью зубьев, близкой к максимальной. Требуемые значения коэффициентов смещения дают координаты точек пересечения кривой А (при ведущем колесе  $Z_1$ ) или кривой Б (при ведущем колесе  $Z_2$ ) с границей разрешенной зоны контура (точки F и G).

Во всех указанных случаях под разрешенной понимается зона контура, ограниченная изолиниями наименьшего допускаемого коэффициента перекрытия  $\epsilon$ , наименьших допустимых значений толщин зубьев  $S_a$  на окружностях вершин, линий ограничений по интерференции у основания зуба каждого из колес и ограничений по допустимому подрезанию. Обычно принимают  $\epsilon \geq 1,2$  и  $S_a \geq 0,25 m$ . Если подрезание недопустимо, то разрешенную зону контура ограничивают прямые  $x_1 = x_{1min}$  и  $x_2 = x_{2min}$ .

## 2.2. Угол беззазорного зацепления и межосевое расстояние

Угол беззазорного зацепления вычисляют по формуле

$$\operatorname{inv} \alpha_w = \frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2} 2 \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{inv} \alpha. \quad (2.1)$$

Межосевое расстояние

$$a_w = \frac{m(z_1 + z_2)}{2} \cdot \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}. \quad (2.2)$$

В зависимости от требований к передаче найденное значение  $a_w$  может быть оставлено без изменения (в этом случае его округляют до трех десятичных знаков) или округлено по ряду предпочтительных чисел или иному условию. После округления  $a_w$  (как и в случае, когда  $a_w$  передачи заранее задано) из формулы (2.2) находят новое значение угла зацепления, а из формулы (2.1) – новое значение коэффициента суммы смещений  $x_1 + x_2$ .

Распределение значения  $x_2$  между колесами, т.е. определение  $x_1$  и  $x_2$ , производят по дополнительному условию, заданному консультантом, используя при этом приведенные выше указания.

## 2.3. Основные геометрические размеры колес

Для каждого колеса определяют:

диаметр делительной окружности

$$d = mz; \quad (2.3)$$

диаметр основной окружности

$$d_b = mz \cos \alpha; \quad (2.4)$$

диаметр начальной окружности

$$d_n = mz \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}; \quad (2.5)$$

диаметр окружности впадин

$$d_f = m(z - 2h_a^* - 2c^* + 2x); \quad (2.6)$$

диаметр окружности вершин

$$d_{a_{1,2}} = 2a_w - d_{f_{2,1}} - 2c^*m; \quad (2.7)$$

делительную толщину зуба

$$s = (0.5\pi + 2x \operatorname{tg} \alpha)m; \quad (2.8)$$

основной шаг (одинаков для обоих колёс)

$$P_b = \pi m \cos \alpha. \quad (2.9)$$

## 2.4. Измерительные размеры

Измерительные размеры каждого колеса зависят от коэффициентов смещения и определяют взаимное расположение разноименных профилей

зубьев и, следовательно, их толщину. Эти размеры входят в рабочие чертежи и технологические карты и измеряют при изготовлении и контроле колес.

В качестве измерительных размеров можно использовать:

1) длину общей нормали

$$W = ((Z_w - 0.5)\pi + 2x \operatorname{tg} \alpha + z \operatorname{inv} \alpha) m \cos \alpha. \quad (2.10)$$

Число зубьев  $Z_w$  в длине общей нормали должно быть таким, чтобы точка контакта измерительного инструмента с поверхностью контролируемого зуба находилась между кромкой зuba и нижней граничной точкой  $L$  эвольвенты. Приближенно можно принять

$$Z_w \geq 1 + \frac{L}{z} \quad (2.11)$$

с округлением до ближайшего целого числа.

2) размер по шарикам (роликам)  $M$ . Для вычисления величины  $M$  определяют:

инволюту угла профиля на окружности, проходящей через центр шарика

$$\operatorname{inv} \alpha_D = \frac{D}{m z \cos \alpha} + \operatorname{inv} \alpha - \frac{0.5\pi - 2x \operatorname{tg} \alpha}{z}; \quad (2.12)$$

диаметр этой окружности

$$d_D = m z \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_D}; \quad (2.13)$$

размер по шарикам при четном числе зубьев колеса

$$M = d_D + D; \quad (2.14)$$

размер по шарикам при нечетном числе зубьев колеса

$$M = d_D \cos \frac{90^\circ}{z} + D. \quad (2.15)$$

В этих формулах  $D$  - диаметр шарика; его можно принять равным приблизительно  $(1.7 - 1.8)m$ . Шарик не должен ложиться на кромки зубьев и не должен касаться переходной поверхности или поверхности впадин.

## 2.5. Геометрические показатели качества зацепления

Угол профиля на окружности вершин

$$\cos \alpha_a = \frac{d_p}{d_a}. \quad (2.16)$$

Угол профиля в нижней граничной точке эвольвенты

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \operatorname{tg} \alpha - \frac{4(h_i^* - h_{i+1}^* - x)}{2 \sin \alpha}. \quad (2.17)$$

Угол профиля в нижней точке активного участка

$$\operatorname{tg} \alpha_{p_{1,2}} = \frac{z_1 + z_2}{z_{1,2}} \operatorname{tg} \alpha_w - \frac{z_{2,1}}{z_{1,2}} \operatorname{tg} \alpha_{a_{2,1}}. \quad (2.18)$$

Толщина зуба на окружности вершин колеса

$$s_a = d_a \left( \frac{s}{m_z} + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_a \right); \quad (2.19)$$

допустимы значения  $s_a \geq 0,25 m$ .

Коэффициент перекрытия

$$\varepsilon = \frac{z_1 \operatorname{tg} \alpha_{a_1} + z_2 \operatorname{tg} \alpha_{a_2} - (z_1 + z_2) \operatorname{tg} \alpha_w}{2\pi}; \quad (2.20)$$

допустимы значения  $\varepsilon \geq 1,2$ .

Условие отсутствия подрезания

$$\operatorname{tg} \alpha_l \geq 0. \quad (2.21)$$

Условие отсутствия интерференции

$$\operatorname{tg} \alpha_p \geq \operatorname{tg} \alpha_l. \quad (2.22)$$

Удельные скольжения в нижних точках активных профилей

$$\theta_{P_{1,2}} = - \frac{(z_1 + z_2)(\operatorname{tg} \alpha_{a_{2,1}} - \operatorname{tg} \alpha_w)}{(z_1 + z_2) \operatorname{tg} \alpha_w - z_{2,1} \operatorname{tg} \alpha_{a_{2,1}}}. \quad (2.23)$$

При проектировании передачи с наибольшей износостойкостью должно соблюдаться условие  $\theta_{P_1} \approx \theta_{P_2}$ ; если к передаче предъявляются иные требования, расчет по формуле (2.23) не производят.

## 2.6. Построение картины зацепления

В отличие от всех остальных разделов курсового проекта по ТММ, содержащих реальные инженерные расчеты, построение картины зацепления является только учебной работой. В производственных условиях картину зацепления не чертят, но в курсовом проекте для понимания и усвоения сущности процесса взаимодействия зубьев она является важной.

На картине зацепления вычерчивают для каждого колеса пары по нескольку равномерно расположенных одинаковых и строго симметричных зубьев. Масштаб чертежа выбирают из стандартного ряда по ГОСТ 2.302-68 так, чтобы высота зуба  $h$  на картине была не менее 35 - 40 мм. Поскольку в этом случае диаметральные размеры колес становятся значительными, удобно воспользоваться шаблоном по типу изображенного на рис. 2.3.

На шаблоне намечают отверстия I - 6, соответствующие окружностям вершин, делительной, начальной, основной и окружности впадин.

Шаблон прикрепляют в точке  $O$  к чертежной доске с помощью иглы.

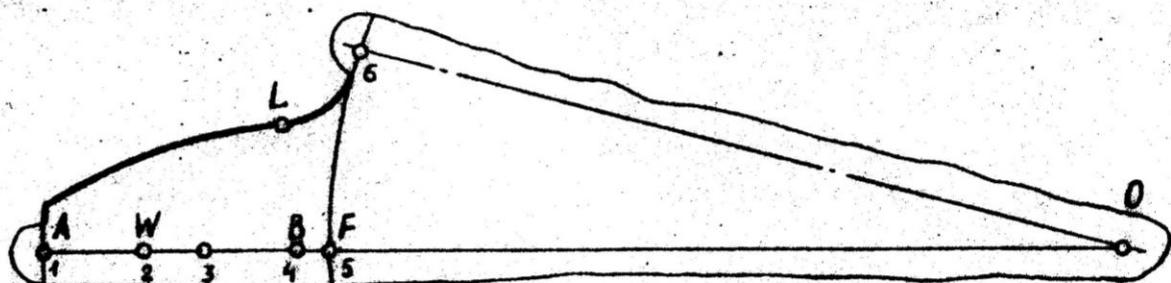


Рис. 2.3

в отверстия I-6 поочередно вставляют остро заточенный карандаш и строят требуемые окружности. С помощью отверстий I и 6 отмечают также оси симметрии зубьев и впадин. Шаблон имеет только один – левый или правый профиль зуба; для построения вторых профилей зубьев шаблон переворачивают.

При изготовлении шаблона его эвольвентный участок (от кромки зуба до граничной точки  $L$ ) вычерчивают по 5-6-ти парам координат

$\bar{h}_{ay}$  и  $\bar{s}_y$  (рис. 2.4), которые имеются в распечатке, выдаваемой ЭВМ. При отсутствии распечатки эти координаты находят так: в пределах значений углов профиля  $\alpha_a$  и  $\alpha_y$  (включая и эти значения) выбирают 5 – 6 величин  $\alpha_y$  и для каждого угла находят диаметр  $d_y$ , половину угловой толщины зуба  $\psi_y$ , параметры  $\bar{h}_{ay}$  и  $\bar{s}_y$  (рис. 2.4). Расчеты выполняют по формулам:

$$d_y = \frac{d_b}{\cos \alpha_y}; \quad (2.24)$$

Рис. 2.4

$$\psi_y = \frac{0.5\bar{a} + 2x \operatorname{tg} \alpha}{z} + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_y; \quad (2.25)$$

$$\bar{h}_{ay} = 0.5(d_a - d_y \cos \psi_y); \quad (2.26)$$

$$\bar{s}_y = d_y \sin \psi_y. \quad (2.27)$$

В качестве переходной кривой шаблона можно использовать любую вогнутую кривую, плавно сопрягающую эвольвенту и окружность впадин.

Количество зубьев, изображаемых у каждого колеса на картине зацепления, должно допускать проверку длины общей нормали  $W$  (или половины этого размера).

Картину зацепления вычерчивают в таком порядке:

1) строят межосевую линию, намечают на ней полюс  $P$  и затем прикрепляют каждый шаблон так, чтобы его точка  $W$  (рис. 2.3), принадлежащая начальной окружности, совмещалась с полюсом;

2) проводят с помощью шаблонов окружности диаметров  $d_f, d_b, d_a, d_w, d_\alpha$ . Начальные окружности должны касаться друг друга в полюсе, расстояние между окружностями вершин и впадин для каждого колеса должно быть равно высоте зуба

$$h = 0.5 (d_\alpha - d_f) \quad (2.28)$$

(этот размер имеется в распечатке), а расстояние между окружностью вершин одного колеса и окружностью впадин другого – радиальному зору  $C = C^* m$ ;

3) строят две линии зацепления, касательные к основным окружностям и пересекающиеся в полюсе  $P$ ;

4) для каждого из колес строят оси симметрии нескольких со-

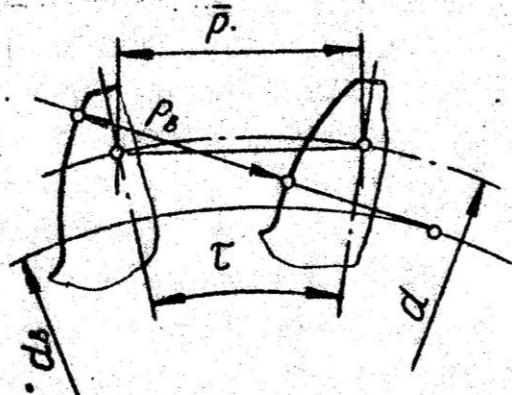


Рис. 2.5

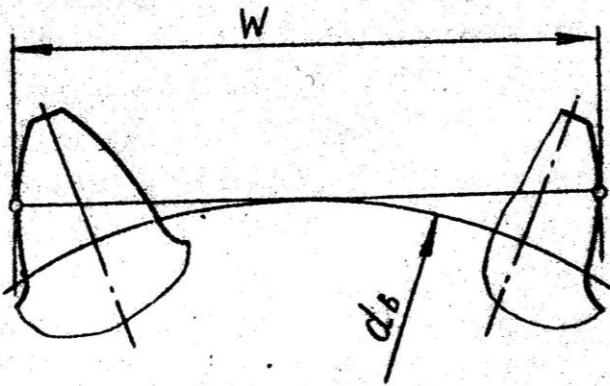


Рис. 2.6

седних зубьев и впадин (рис. 2.5), используя для этого размер  $\bar{p}$  хорды делительной окружности, соответствующей угловому шагу  $\tau$  колеса

$$\bar{p} = m z \sin\left(\frac{180^\circ}{z}\right) \quad (2.29)$$

(размер имеется в распечатке);

5) совмещая ось симметрии шаблона с соответствующими осями на чертеже, строят ряд одноименных профилей зубьев; затем шаблон переворачивают и строят вто-

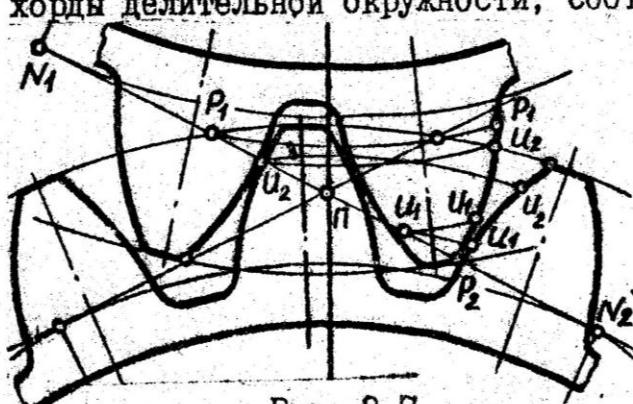


Рис. 2.7

рые профили тех же зубьев. Точность построения проверяют измерением на чертеже величин основного шага  $p_b$  и длины общей нормали  $W$  (рис. 2.5 и 2.6), которые вычисляют по формулам (2.9) и (2.10). Величины  $p_b$  и  $W$  имеются в распечатке;

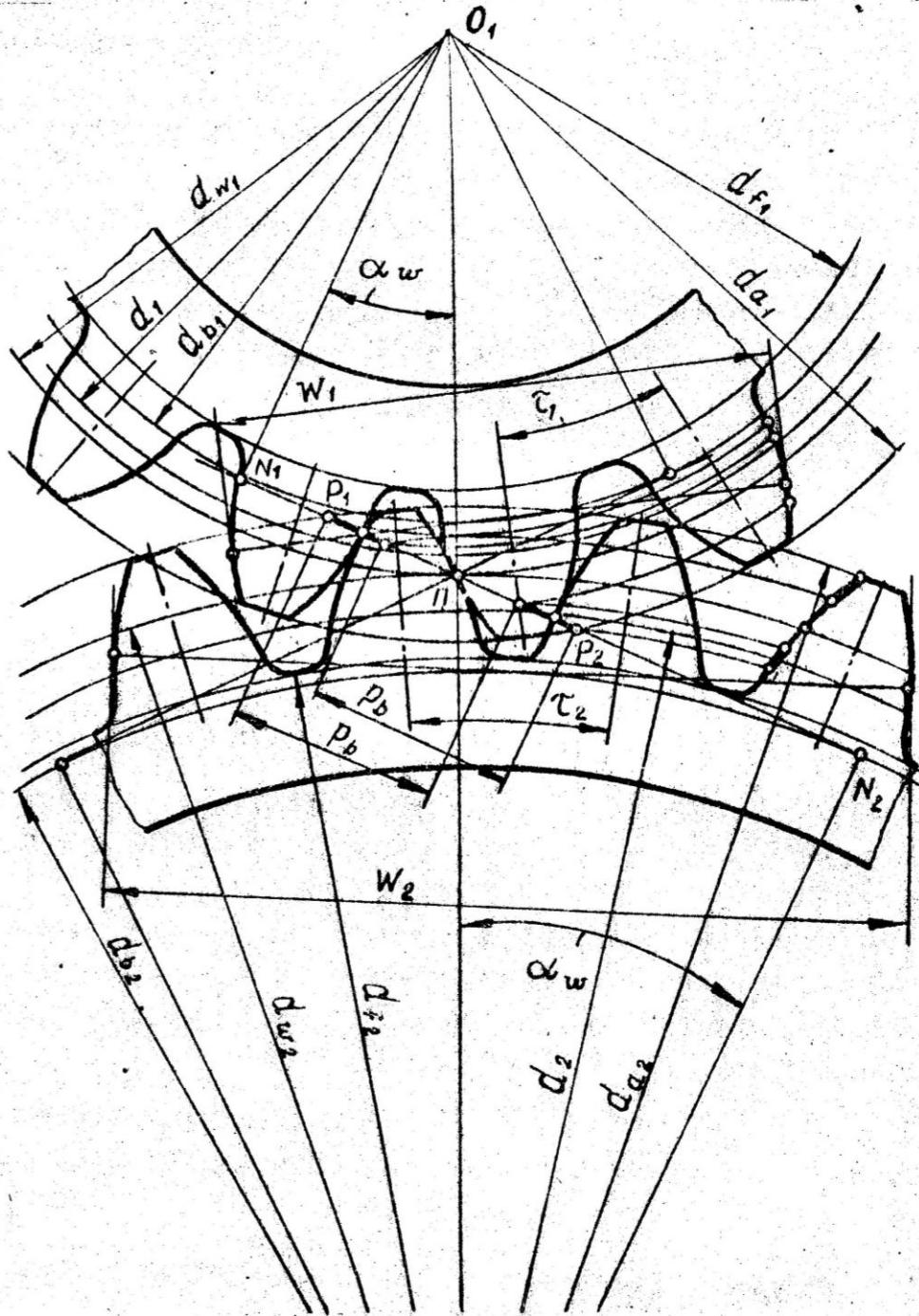


Рис. 2.8

6) на каждой линии зацепления отмечают отрезок  $P_1P_2$  (рис. 2.7), заключенный между окружностями вершин колес – так называемую активную линию зацепления;

7) с помощью второго шаблона строят оси симметрии и профили зубьев второго колеса так, чтобы все точки контакта профилей размещались только на активных линиях зацепления; каждая линия зацепления в любой контактной точке должна быть для обоих профилей нормалью;

8) на одной из линий зацепления строят зоны однопарной ( $U_1 U_2$ ) и двупарной ( $P_1 U_2$  и  $P_2 U_1$ ) работы зубьев (рис. 2.7 и 2.8) расстояния  $P_1 U_2 = P_2 U_1 = p_b$ . Такие же зоны строят на одном из профилей зубьев каждого колеса;

9) на картине зацепления (рис. 2.8) обозначают размеры  $A_w$  (если центры обоих колес размещены на чертеже),  $p_b$ ,  $\alpha_w$  и для каждого колеса - диаметры  $d$ ,  $d_b$ ,  $d_w$ ,  $d_f$ ,  $d_a$  и измерительный размер  $W$ . На чертеже также помещают таблицу с параметрами  $m$ ,  $\alpha$ ,  $h_a^*$ ,  $c^*$ ,  $z_1$ ,  $z_2$ ,  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $a_w$  и  $\varepsilon$ .

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. - 3-е изд., перераб. и доп.- М.: Наука, 1975. 640 с.
2. Юдин В.А., Петрокас Л.В. Теория механизмов и машин. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Высшая школа, 1977. 528 с.
3. Цилиндрические эвольвентные зубчатые передачи внешнего зацепления / Сост. И.А.Болотовский, Б.И.Гурьев, В.Э.Смирнов, Б.И.Шендерей. - М.: Машиностроение, 1974. 160 с.
4. Справочник по геометрическому расчету эвольвентных зубчатых и червячных передач. 2-е изд., перераб. и доп. Под ред. И.А.Болотовского. - М.:Машиностроение, 1986. 448 с.
5. Методические указания к выполнению курсового проекта по теории механизмов и машин (Кинематический и силовой расчет механизмов. Расчет маховика). /Сост. И.А.Болотовский, Б.И.Гурьев. - Уфа.: УАИ, 1986. 36 с.

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ  
к курсовому проектированию  
по теории механизмов и машин  
(проектирование механизмов  
с высшими кинематическими парами)**

**И.А.Болотовский  
Б.И.Гурьев**

**Редактор Р.К.Шагеева**

Подписано в печать 25.03.87 г. Формат 60x84 I/I6.  
Бумага оберточная. Печать плоская. Усл.печ.л. 1,6. Уч.-изд.л. 1,5.  
Т. 500 экз. Заказ №1954 Бесплатно.  
Ротапrint филиала при УАИ УГТ-2 Госкомиздата Башкирской АССР  
450000, Уфа, К.Маркоа, 12